

Тюменский филиал Федерального государственного бюджетного учреждения
науки Института теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича Сибирского отделения Российской академии наук

На правах рукописи

Легостаев Дмитрий Юрьевич

**Исследование особенностей и закономерностей
фильтрационных процессов в трещиновато-пористых
средах на основе модели дискретных трещин**

Специальность 1.1.9. — «Механика жидкости, газа и плазмы»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук
Родионов Сергей Павлович

Тюмень — 2025

Оглавление

	Стр.
Введение	5
Глава 1. Современные проблемы моделирования фильтрационных процессов в трещиновато-пористых средах	11
1.1 Особенности строения трещиноватых сред	11
1.2 Идентификация системы трещин	15
1.3 Методы теории перколяции	19
1.4 Моделирование фильтрационных процессов в трещиновато-пористых средах	22
1.4.1 Представительный объем трещиновато-пористой среды	23
1.4.2 Модель эффективной среды (Single-porosity model)	25
1.4.3 Модель двойной пористости (Dual-Porosity model)	26
1.4.4 Модель дискретных трещин (Discrete fracture model)	27
1.5 Модель пороупругой среды	29
1.6 Основные выводы к главе 1	32
Глава 2. Математическая модель фильтрации в деформируемой трещиновато-пористой среде и методы численного моделирования	34
2.1 Модельное представление трещиновато-пористой среды. Сеть дискретных трещин	34
2.2 Напряженно-деформированное состояние трещиновато-пористой среды	35
2.2.1 Фильтрация в трещиновато-пористой среде	37
2.3 Общий вид начальных и граничных условий	39
2.4 Методика численного моделирования	41
2.4.1 Дискретизация расчетной области	41
2.4.2 Метод контрольных объемов	41
2.4.3 Расщепление системы уравнений пороупругости	42

2.4.4	Численное решение системы уравнений двухфазной фильтрации, IMPES-метод	44
2.5	Тестирование программной реализации численных алгоритмов	45
2.6	Основные выводы к главе 2	46
Глава 3. Исследование особенностей геометрического строения систем трещин		
	систем трещин	47
3.1	Основные характеристики системы трещин	47
3.2	Алгоритм генерации системы трещин	48
3.3	Примеры сгенерированных систем трещин	50
3.4	Исследование связности систем трещин методами теории перколяции	50
3.4.1	Связь линейного источника и стока (границ расчетной области)	52
3.4.2	Связь точечного источника и стока (добывающей и нагнетательной скважины)	53
3.5	Исследование блочной структуры трещиновато-пористой среды	54
3.6	Основные результаты главы 3	57
Глава 4. Численное исследование эквивалентной проницаемости трещиновато-пористых сред при фильтрации однофазной жидкости		
	проницаемости трещиновато-пористых сред при фильтрации однофазной жидкости	59
4.1	Эквивалентная проницаемость	59
4.2	Постановка задачи	60
4.3	Исследование зависимости эквивалентной проницаемости от параметров трещиновато-пористой среды	61
4.4	Анализ коэффициента вариации эквивалентной проницаемости	66
4.5	Исследование влияния напряженно-деформированного состояния среды на ее эквивалентную проницаемость	68
4.6	Расчет расхода точечного источника (скважины) в трещиновато-пористой среде	71
4.7	Основные результаты главы 4	74

Глава 5. Численное исследование процесса вытеснения нефти водой из трещиновато-пористых сред	75
5.1 Постановка задачи	75
5.2 Исследование влияния параметров трещиновато-пористой среды на особенности и закономерности процесса вытеснения нефти водой	77
5.3 Анализ коэффициента вариации доли извлеченной нефти	90
5.4 Исследование влияния напряженно-деформированного состояния на процесс вытеснения нефти водой для систем трещин различной связности	93
5.5 Основные результаты главы 5	101
Заключение	102
Список литературы	105

Введение

Актуальность темы.

Трещиноватость горных пород оказывает значительное влияние на процессы фильтрации пластовых флюидов. В частности, наличие пластовых трещин в горных породах может определяющим образом влиять на процессы разработки нефтяных и газовых месторождений [1–4], так как трещины, обладая высокой проводимостью, могут выступать в качестве основных каналов при фильтрации пластовых флюидов. При этом роль трещиноватости необходимо учитывать на всех стадиях разработки месторождений, в особенности на этапах поддержания пластового давления и повышения нефтеотдачи. Так, при разработке нефтяных месторождений наличие трещиноватости может приводить к быстрым прорывам закачиваемой в пласт воды к добывающим скважинам и, как следствие, к низкой эффективности вытеснения нефти. В связи с этим, учет трещиноватости необходим при организации системы поддержания пластового давления в трещиновато-пористых пластах [5]. Кроме того, существенное влияние на фильтрационные свойства трещиноватых и трещиновато-пористых коллекторов оказывает изменение напряженно-деформированного состояния пластовых систем, вызванное процессами добычи и закачки жидкости в пласт [6–9].

Существуют различные методы идентификации структуры и параметров системы пластовых трещин: лабораторные исследования кернового материала, сканирование стенок скважин, гидродинамические исследования скважин, сейсмические методы и др. Однако, данные методы изучения трещиноватости горных пород не способны дать исчерпывающую информацию о строении и параметрах системы трещин, так как каждый из них имеет свои ограничения, связанные с локальностью исследования, ограничениями разрешающей способности и точности измерений, низким качеством исходной информации и/или неоднозначностью интерпретации результатов. Как следствие, строение и параметры системы трещин обладают высокой степенью неопределенности, что существенно осложняет моделирование фильтрационных процессов и снижает достоверность прогнозирования показателей разработки трещиновато-пористых коллекторов. Так как истинные значения параметров трещин в пласте не известны, становится необходимым использование вероятностных подходов

к описанию системы трещин, которые предполагают задание законов распределения трещин по длине, ориентации, пространству и раскрытию [10–12].

Фильтрационные процессы в трещиновато-пористых средах существенным образом зависят от структуры и свойств системы трещин. По этой причине важным вопросом при моделировании фильтрационных процессов является выбор подхода к моделированию, который должен учитывать ключевые особенности системы трещин. Необходимо подчеркнуть, что сложность и разнообразие структур систем трещин затрудняет математическое моделирование процессов фильтрации в трещиновато-пористых средах. В частности, применимость широко известных континуальных моделей фильтрации (модель эффективной среды, модель двойной пористости) может быть ограничена в связи с отсутствием представительного объема среды на рассматриваемом масштабе (например, масштаб характерного расстояния между скважинами или масштаб расчетной ячейки гидродинамического симулятора).

Таким образом, моделирование фильтрационных процессов в трещиновато-пористых средах является сложной и актуальной задачей как с теоретической, так и с практической точки зрения. Для повышения качества моделирования представляется актуальным расширение представлений об особенностях и закономерностях фильтрационных процессов в трещиновато-пористых средах с различной структурой системы трещин, выявление ключевых факторов и параметров трещиновато-пористых сред, влияющих на их фильтрационные характеристики и на процессы извлечения нефти.

Целью диссертационной работы является изучение особенностей и закономерностей фильтрационных процессов в деформируемых трещиновато-пористых средах с различной структурой системы трещин.

Для достижения поставленной цели были решены следующие **задачи**:

1. Разработан программный комплекс для случайной генерации систем трещин, построения расчетных сеток и численного моделирования фильтрации в деформируемых трещиновато-пористых средах;
2. Проведена множественная случайная генерация систем трещин, исследованы геометрические характеристики полученных вариантов систем трещин;
3. Исследовано влияние структуры системы трещин и напряженно-деформированного состояния среды на фильтрационные параметры трещиновато-пористых сред;

4. Исследовано влияние структуры системы трещин и напряженно-деформированного состояния среды на особенности процесса вытеснения нефти водой из трещиновато-пористых сред.

Научная новизна:

1. Исследована зависимость эквивалентной проницаемости трещиновато-пористой среды от ее напряженно-деформированного состояния и структуры системы трещин. Установлено, что структура системы трещин, характеризуемая параметром перколяции, оказывает первостепенное влияние на фильтрационные свойства трещиновато-пористой среды, в то время как влияние напряженно-деформированного состояния является существенным только для связных систем трещин;
2. Предложена формула для описания зависимости эквивалентной проницаемости трещиновато-пористой среды от параметров, характеризующих структуру системы трещин, напряженно-деформированное состояние среды, деформационные и фильтрационные свойства трещин. Данная формула учитывает основные закономерности процесса фильтрации в деформируемой трещиновато-пористой среде;
3. Исследован процесс вытеснения нефти водой из трещиновато-пористых сред для систем трещин с различной структурой. Показано, что осредненная зависимость коэффициента извлечения нефти от параметра перколяции имеет немонотонный характер, при этом минимум данной зависимости наблюдается при значениях параметра перколяции выше порога протекания;
4. Исследована зависимость коэффициента извлечения нефти от напряженно-деформированного состояния трещиновато-пористой среды, изменение которого вызвано закачкой воды. Показано влияние давления закачки на эффективность извлечения нефти для систем трещин с различной связностью. Проведен качественный анализ зависимости доли извлеченной нефти от величины давления закачки;
5. Исследованы зависимости коэффициентов вариации расхода добываемой жидкости (эквивалентной проницаемости) и доли извлеченной нефти от величины параметра перколяции. Получены интервалы параметра перколяции, для которых рассматриваемая расчетная область является представительным объемом. Границы данных интервалов могут быть использованы для оценки применимости континуальных

моделей (модель эффективной среды, модель двойной пористости) при моделировании фильтрации в трещиновато-пористых средах.

Теоретическая и практическая значимость. Полученные в работе результаты расширяют представления об особенностях и закономерностях фильтрационных процессов в трещиновато-пористых средах. Результаты могут быть использованы при гидродинамическом моделировании процессов разработки нефтяных месторождений в условиях трещиновато-пористых коллекторов.

Методология и методы исследования. Для решения поставленных задач использовались подходы и методы механики сплошных сред, численные методы решения уравнений фильтрации в пороупругих трещиновато-пористых средах и их программная реализация. Для моделирования фильтрационных процессов в трещиновато-пористых средах использована модель дискретных трещин.

На защиту выносятся результаты численных исследований особенностей и закономерностей однофазных и двухфазных фильтрационных течений в деформируемой трещиновато-пористой среде:

1. Расчетные зависимости эквивалентной проницаемости трещиновато-пористой среды от параметров, характеризующих структуру системы трещин и напряженно-деформированное состояние среды;
2. Формула для описания зависимости эквивалентной проницаемости трещиновато-пористой среды от параметров, характеризующих структуру системы трещин, напряженно-деформированное состояние среды, деформационные и фильтрационные свойства трещин;
3. Немонотонная осредненная зависимость коэффициента извлечения нефти от параметра перколяции и результаты анализа причин ее немонотонного поведения;
4. Расчетные зависимости коэффициента извлечения нефти от объема закачанной воды и результаты анализа влияния давления закачки на эффективность вытеснения нефти водой из трещиновато-пористых сред для систем трещин с различной степенью связности;
5. Оценка интервалов параметра перколяции для которых рассматриваемая расчетная область является представительным объемом для случаев фильтрации однофазной и двухфазной жидкости.

Достоверность результатов, представленных в работе, определяется использованием общих законов сохранения и уравнений механики сплошной среды, применением апробированных методов численного моделирования, решением тестовых задач, имеющих известные аналитические и численные решения. Результаты исследования согласуются с результатами, ранее полученными другими авторами.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на следующих научных и научно-практических конференциях и семинарах: Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2019», Москва, 8 - 12 апреля 2019г.; XVI Всероссийский семинар с международным участием «Динамика многофазных сред», Новосибирск, 30 сентября - 5 октября 2019 г.; Национальная научно-техническая конференция «Решение прикладных задач нефтегазодобычи на основе классических работ А.П. Телкова и А.Н. Лапердина», Тюмень, 5 декабря 2019 г.; XIV Всероссийская школа-конференция молодых ученых «Проблемы механики: теория, эксперимент и новые технологии», Новосибирск - Шерегеш, 28 февраля - 06 марта 2020 г.; XXVII Всероссийская конференция с международным участием «Высокоэнергетические процессы в механике сплошной среды», Новосибирск, 29 июня - 03 июля 2020 г.; Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2020», Москва, 10 - 27 ноября 2020 г.; V международная научно-практическая конференция «Инновации для повышения эффективности сопровождения нефтегазовых активов», Пермь, 18 - 20 октября 2023 г.; Международная научно-практическая конференция «Карбонатные отложения 2024», Казань, 14-16 августа 2024 г.; Международная конференция «Трудноизвлекаемые запасы нефти», Альметьевск, 23-24 сентября 2024 г.; Российская отраслевая энергетическая конференция с международным участием РОЭК 2024, Москва, 15-17 октября 2024 г.; научные семинары Тюменского филиала Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН под руководством д.ф.-м.н., профессора А.А. Губайдуллина; семинары ООО «НефтьГазИсследование» и Центра технологического развития ПАО «Татнефть» им В.Д. Шашина.

Личный вклад. Представленные в диссертации результаты получены лично соискателем и в соавторстве с научным руководителем. Автор участвовал в постановке задач, анализе результатов и написании статей. Создание

программ для численного моделирования, проведение расчетов и подготовка результатов к публикации осуществлялись лично автором диссертации.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 14 печатных изданиях, 5 из которых опубликованы в изданиях, рекомендованных ВАК и индексируемых Web of Science, Scopus, 8 — в тезисах докладов. Зарегистрирована 1 программа для ЭВМ.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, 5 глав и заключения. Полный объём диссертации составляет 119 страниц, включая 36 рисунков. Список литературы содержит 137 наименований.

Глава 1. Современные проблемы моделирования фильтрационных процессов в трещиновато-пористых средах

В данной главе рассмотрены ключевые особенности строения трещиновато-пористых коллекторов, способы идентификации структуры и параметров системы трещин, подходы к исследованию влияния структуры системы трещин на фильтрационные процессы, а также подходы к моделированию фильтрационных процессов в трещиновато-пористых средах. На основе анализа литературных источников выявлены существующие проблемы моделирования фильтрационных процессов в трещиновато-пористых средах.

1.1 Особенности строения трещиноватых сред

Трещина представляет собой поверхность, по которой произошло нарушение сплошности горного массива. С точки зрения механики, трещина — это поверхность, на которой вектор смещения скелета горной породы претерпевает разрыв. При рассмотрении фильтрационных процессов трещины можно рассматривать как высокопроводящие каналы в скелете горной породы. Для описания единичной трещины можно использовать ее раскрытость, проводимость, длину, ориентацию, положение, природу возникновения и т.д.

Горные породы могут содержать трещины как естественного, так и искусственного происхождения. Естественные трещины возникают в результате разрывных нарушений, вызванных деформационными процессами в земной коре, протекающими на протяжении геологических времен [13]. Трещины искусственного происхождения образуются в результате внешнего воздействия на пластовые системы и могут быть получены, например, при проведении операции гидроразрыва пласта.

Различают трещиноватые и трещиновато-пористые пласты. В первом случае горная порода практически непроницаема, а движение флюидов происходит только по системе трещин. В этом случае трещины служат и коллекторами, и проводниками флюидов. Во втором случае основной объем жидкости и газа сосредоточен в пористой среде, а трещины выступают основными каналами для

их фильтрации. При этом объем, занятый трещинами, во всех случаях мал по сравнению с объемом, занятым матрицей горной породы.

Трещиноватость горного массива представляет собой совокупность трещин (систему трещин), которая в случае месторождений углеводородов играет важную роль в процессах миграции и фильтрации пластовых флюидов. Система трещин характеризуется: распределением трещин по длинам, ориентации, пространственным распределением, концентрацией, густотой, связностью и т.д. При переходе от описания индивидуальных трещин к рассмотрению всей системы в целом ключевым фактором становится структура системы трещин.

Под структурой системы трещин будем понимать пространственное расположение, размеры, форму и взаимосвязь трещин в массиве горных пород. В этом смысле структура отражает ключевые особенности геометрического строения системы трещин. Необходимо отметить, что системы пластовых трещин характеризуются широким разнообразием структур, для описания которых используют различные классификации [1; 14–16]. Так, одной из наиболее широко известных и изученных является блочная структура трещиноватых горных пород.

Одной из особенностей строения систем пластовых трещин является их существенная разномасштабность: различают как микротрещины, составляющие десятые и сотые доли метра (масштаб керна), так и макротрещины протяженностью в сотни и тысячи метров (масштаб месторождения) [17]. При этом трещиноватость на различных масштабах оказывает различное влияние на фильтрационные процессы в трещиновато-пористых средах. С точки зрения влияния трещиноватости на процессы разработки нефтегазовых месторождений, можно выделить три типа трещин [18]:

- макротрещины (100 – 1000 метров);
- мезотрещины (1 – 10 метров);
- микротрещины (0.01 – 0.1 метра).

Так, макротрещины могут выступать основными каналами для течения флюида в коллекторе. В то время как микро- и мезотрещины, ограниченные в своих размерах, обеспечивают приток жидкости к основным каналам фильтрации.

Согласно современным представлениям, структура литосферы имеет иерархическое самоподобное строение [13]. На рис. 1.1 приведен пример системы трещин с таким строением. Видно, что для всех размеров области L система трещин имеет качественно схожее строение. При исследовании законов распре-

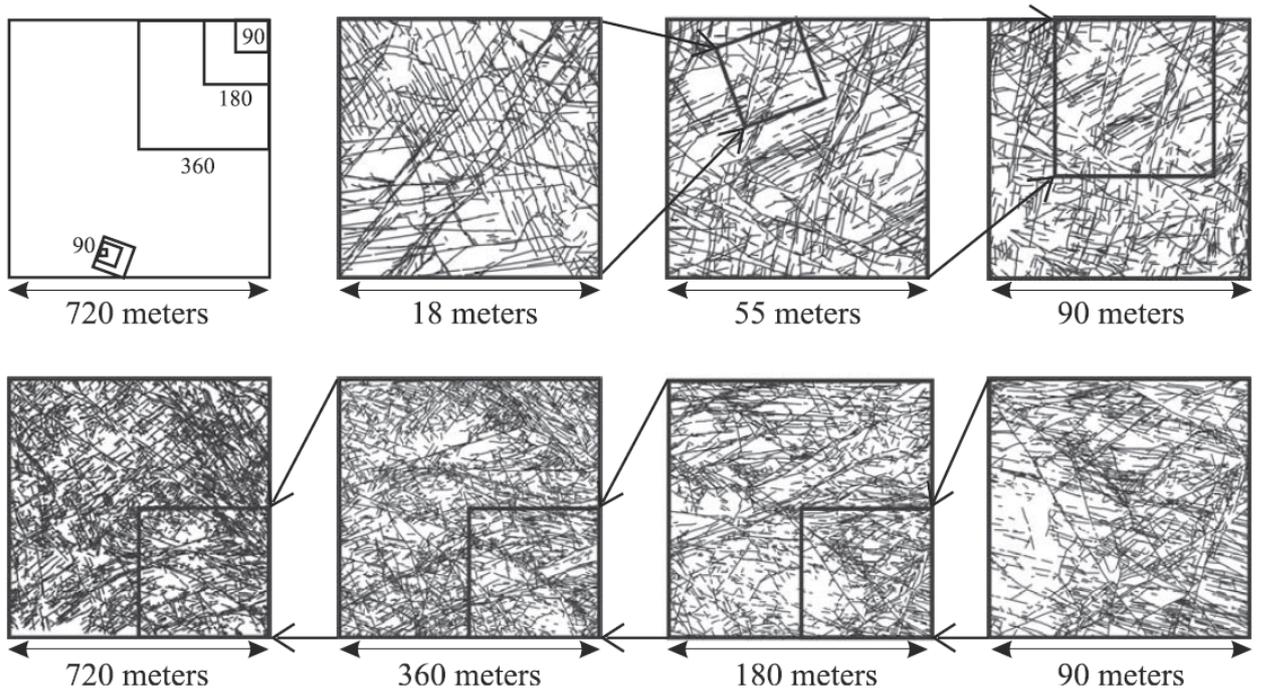


Рисунок 1.1 — Пример самоподобной структуры системы трещин на различных характерных масштабах L [22]

деления трещин (и других разрывных нарушений) по длинам установлено, что эти законы описываются степенными функциями вида [19–23]:

$$n(l) \sim l^{-a} \quad (1.1)$$

где l – длина трещин, a – параметр распределения. Для трещиноватых пластов параметр a обычно находится в диапазоне 1.3 – 3.5 [21]. Особенностью степенного распределения является его масштабная инвариантность (скейлинг): закон распределения сохраняет свой вид при изменении масштаба системы [23]. В связи с этим для анализа трещиноватости широко применяется фрактальный анализ [21; 22; 24].

В качестве примера рассмотрим приведенную на рис. 1.2 нормализованную плотность распределения трещин по длинам $n(l, L)/L^D$ (L – размер системы). Данное распределение построено для систем трещин, приведенных на рис 1.1. Видно, что данные на всех рассматриваемых масштабах согласуются со степенным законом с показателем степени $a = 2.8$. Хорошее соответствие степенному закону наблюдается при изменении длин трещин в пределах двух порядков. Отклонение от степенного закона объясняется тем, что на каждом отдельно взятом масштабе L диапазон наблюдаемых длин трещин ограничен.

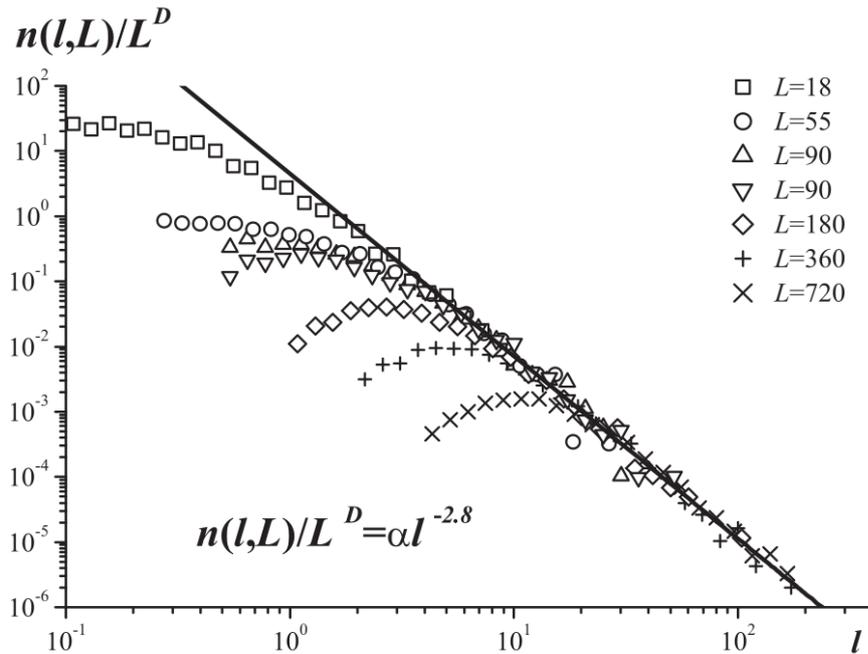


Рисунок 1.2 — Нормализованное распределение трещин по длинам для различных масштабов L . Сплошная линия соответствует степенному закону распределения l в диапазоне от 2 до 200 м при $a = 2.8$ [22]

Невозможность фиксации трещин малой длины связана с ограничением разрешающей способности используемого метода наблюдения (truncation effect). Ограничение разрешающей способности приводит к тому, что на рассматриваемом масштабе (для данного значения L) не могут быть зафиксированы трещины малых размеров. В результате, полученное распределение трещин по длинам может быть похожим на логнормальное распределение. Данный эффект хорошо виден на рис. 1.2 в областях, где наблюдаемые распределения трещин по длинам отклоняются от степенной зависимости. Верхнее ограничение на размер наблюдаемых трещин связано с конечным размером области наблюдения L (sensing effect). Так, если трещины пересекают границы области наблюдения, то на данном масштабе они могут фиксироваться только частично. Это также относится к протяженным трещинам, длины которых превосходят размеры области наблюдения L .

Отметим, что для степенных законов может не существовать строго определенного среднего и дисперсии исследуемой величины, так как на статистические характеристики сильное влияние оказывает возможные появления «больших» значений или событий. Степенной закон допускает появление протяженных трещин («магистральных каналов»), которые могут оказывать определяющее влияние на фильтрационные потоки.

1.2 Идентификация системы трещин

Достоверное определение фильтрационно-емкостных параметров коллектора является актуальной задачей, которая осложняется невозможностью непосредственного измерения интересующих нас величин. Определение фильтрационно-емкостных параметров происходит, как правило, на основе косвенных измерений или в результате их интерпретации. Единственным способом непосредственного изучения фильтрационных и емкостных параметров горной породы являются лабораторные исследования кернового материала, размер которого ничтожно мал по сравнению с размерами месторождения. При этом особо остро стоит проблема определения фильтрационно-емкостных параметров пласта в межскважинном пространстве.

Необходимо отметить, что оценка параметров трещиноватости является намного более сложной задачей, чем оценка фильтрационно-емкостных параметров типичного порового коллектора. Для получения информации о структуре системы трещин и идентификации параметров трещиноватости необходимо проведение узконаправленных исследований. Зачастую на практике информация о трещиноватости пластов вообще отсутствует.

Информация о наличии трещин и их параметрах может быть получена в результате исследования кернового материала. Одним из наиболее распространенных способов изучения трещиноватости горных пород при проведении исследований на керне является метод исследования шлифов [1–3], который позволяет получить информацию о наличии трещин, их раскрытости, ориентации и густоте. В последнее десятилетие наряду со стандартными лабораторными методами изучения керна, применение получили методы неразрушающего контроля, прежде всего, рентгеновская томография керна. Томографический метод позволяет как восстановить детальную структуру пустотного пространства исследуемого образца (в частности получить информацию о трещиноватости [25]), так и дать количественные оценки параметров горной породы [26]. Хотя исследование кернового материала позволяет напрямую наблюдать трещины, данный способ применим только для наблюдения микротрещиноватости.

На основе лабораторных исследований кернового материала может быть напрямую получена критически важная для проектирования и анализа разра-

ботки месторождений информация о фильтрационно-емкостных характеристиках пластовой системы (пористость, проницаемость, относительные фазовые проницаемости, кривые капиллярного давления). При этом, как показано в [27; 28], фильтрационно-емкостные параметры горных пород, определенные по керну, могут существенно зависеть от объема исследуемого образца горной породы (масштабный эффект). В качестве причин возникновения масштабного эффекта авторы отмечают неоднородность пустотного пространства образцов, которая связана, в том числе, с наличием микротрещиноватости. Таким образом, в случае сложнопостроенных трещиновато-пористых коллекторов полученные при исследовании керна параметры могут не в полной мере отражать всю сложность структуры пустотного пространства трещиновато-пористой среды.

Помимо изучения керна в лаборатории, информация о трещиноватости пласта может быть получена с помощью сканирования стенок скважины. Сканирование стенки скважины происходит с помощью имиджеров, работающих на различных физических принципах [3; 9]. В результате обработки снимков ствола скважины могут быть получены данные о интервалах трещиноватости, распространении и ориентации трещин (угол падения, угол простирания), густоте трещин [16; 29]. Несмотря на то, что применение скважинных имиджеров позволяет получить критически важную информацию о трещиноватости, данная технология не позволяет получить информацию о трещинах в удаленных от ствола скважины областях.

Информация о фильтрационных характеристиках пласта в околоскважинной области и, в частности, о трещиноватости может быть получена в результате интерпретации гидродинамических исследований скважин. Гидродинамические методы исследования скважин представляют собой комплекс мероприятий, направленных на изучение фильтрационных характеристик пластов, путем измерения различных параметров (давление, дебит, уровень жидкости и т.д.) при установившемся или неустановившемся потоке.

Одним из методов исследования при установившемся потоке является снятие индикаторной диаграммы, которая представляет собой зависимость дебита скважины от забойного давления. Влияние трещиноватости может наблюдаться при искривлении индикаторной диаграммы вследствие раскрытия системы естественных трещин, образования новых или «активации» существующих трещин [7]. К гидродинамическим исследованиям скважин при неустановившемся пото-

ке относятся методы кривых падения и восстановления давления. Характерным признаком наличия трещиноватости для данных методов является наличие точки перегиба на зависимости забойного давления от времени, которое объясняется различными характерными временами распространения давления в поровом пространстве и системе трещин. В результате интерпретации результатов исследований можно получить ряд важных для практики количественных характеристик трещиноватости: проводимость системы трещин, объем системы трещин, коэффициент перетока матрица-трещины и т.д. [1; 30; 31].

Информация о структуре и проводимости системы трещин в межскважинном пространстве может быть получена при проведении гидропрослушивания или трассерных исследований. Результаты интерпретации данных исследований позволяют получить информацию о наличии гидродинамической связи между скважинами по высокопроводящим каналам, выявить источники обводнения добывающих скважин, оценить анизотропию проницаемости пласта.

Суть метода гидропрослушивания состоит в создании волны давления в пласте за счет изменения режимов работы одной или нескольких возмущающих скважин и наблюдении за динамикой изменения давления в реагирующих скважинах. Опыт применения гидропрослушивания и интерпретации исследований для трещиноватых коллекторов обсуждается в [32; 33]. В [34] на примере синтетических моделей водоносного пласта, содержащего системы трещин с различной степенью связности, продемонстрирована возможность использования гидропрослушивания для восстановления данных о структуре системы трещин (областей связности системы трещин) на основе модели эффективной среды.

Трассерные исследования направлены на изучение структуры фильтрационных потоков путем введения в нагнетательную скважину меченой жидкости, которая оттесняется к добывающим скважинам вытесняющим агентом, последующего анализа ее концентрации в продукции добывающих скважин и интерпретации результатов [35]. Опыт применения и интерпретации трассерных исследований для трещиноватых коллекторов обсуждается в [36].

Необходимо отметить, что все методы гидродинамических исследований требовательны как к количеству и качеству исходной информации (время проведения исследований, точность измерений и т.д.), так и к качеству интерпретации проведенных исследований. Так как интерпретация гидродинамических исследований по своей сути является решением обратной задачи, то результаты

интерпретации могут быть неоднозначными (обратные задачи не всегда имеют единственное решение).

Информация о крупных разломах и нарушениях может быть получена на основе интерпретации сейсмических исследований [37]. При этом разрешающая способность сейсмических методов не позволяет идентифицировать трещины малых размеров. Результаты интерпретации сейсмических исследований могут быть использованы для распространения полученных на скважинах данных об трещиноватости (интенсивности трещиноватости, густоте трещин, ориентации трещин и др.) в межскважинное пространство. Распространение параметров трещиноватости в межскважинное пространство осуществляется на основе статистических характеристик, трендовых зависимостей и закономерностей, концептуальных моделей [38; 39]. В частности, интенсивность трещиноватости может рассматриваться как функция различных сейсмических атрибутов [40–42].

На основе изучения обнажений горных пород может быть получена информация об общих закономерностях строения систем трещин и функциях распределения параметров трещиноватости [19; 22; 39]. Сведения, полученные в результате исследования обнажений, могут быть использованы для интерпретации данных о трещинах, полученных в результате исследования скважин, и интерполяции параметров трещиноватости в межскважинную область.

Как следует из проведенного обзора, существующие на данный момент методы идентификации трещиноватости не способны дать исчерпывающую информацию о строении и параметрах системы трещин. Каждый из методов имеет свои ограничения, связанные с локальностью исследования, ограничениями разрешающей способности и точности измерений, низким качеством исходной информации и/или неоднозначностью интерпретации результатов. Как следствие, строение и параметры системы трещин обладают высокой степенью неопределенности, что существенно осложняет моделирование фильтрационных процессов и прогнозирование показателей разработки трещиновато-пористых коллекторов. Для получения максимально достоверной информации о трещиноватости необходимо использовать все доступные методы ее изучения [29].

Таким образом, строение системы трещин связано с высокой степенью неопределенности, что является ключевым фактором при моделировании фильтрационных процессов в трещиновато-пористых коллекторах и проектировании

разработки месторождений с данным типом коллектора. В связи с тем, что истинное расположение трещин в пласте достоверно не известно, становится необходимым использование вероятностных подходов к описанию системы трещин, которые предполагают задание законов распределения трещин по длине, углу, пространству и раскрытию [10—12]. При этом для получения статистически значимых результатов при моделировании необходимо рассмотрение множества реализаций систем трещин.

1.3 Методы теории перколяции

Для исследования фильтрационных свойств сред со случайным строением (стохастические среды), которыми являются пористые, трещиноватые и трещиновато-пористые среды, широкое распространение получили методы теории перколяции [24; 43—47].

Рассмотрим простейшую задачу теории перколяции о протекании на квадратной решетке каждый узел которой с определенной вероятностью или свободен, или занят (задача узлов). Например, при рассмотрении пористой среды пустые узлы отвечают порам (проводящие узлы), а занятые — скелету горной породы (непроводящие узлы). Пусть изначально все узлы решетки заняты. Очевидно, что в этом случае среда является непроводящей. Затем случайным образом начнем «прореживать» решетку, пока все ее элементы не окажутся проводящими. Пусть общее число элементов решетки N , а число проводящих элементов на n -ом шаге процесса прореживания N_n . Тогда доля проводящих элементов (вероятность того, что случайно выбранный элемент будет проводящим), есть $p = N_n/N$.

По мере увеличения p узлы решетки начинают соединяться между собой и образовывать кластеры — связные структуры. В некоторый момент (при некоторой концентрации проводящих ячеек) среда становится проводящей: в системе возникает перколяционный (стягивающий) кластер, который связывает противоположные стороны решетки. Рассмотренный процесс имеет критический характер — незначительные количественные изменения (добавление очередного проводящего узла) приводят к качественному изменению свойств системы. Данное явление известно как «геометрический фазовый переход» или «фазо-

вой переход второго рода» [47]. При дальнейшем увеличении концентрации проводящих элементов в системе, размеры (плотность) проводящего кластера увеличиваются и, как следствие, возрастает его проводимость.

Критическое значение доли проводящих узлов $p = p_c$, при котором происходит переход от непроводящего состояния (при $p < p_c$) к проводящему при ($p \geq p_c$), называется порогом протекания (перколяции). Для решетки конечного размера значение p_c зависит от конкретной реализации процесса «прореживания», т.е. для конечной системы p_c является случайной величиной. При этом известно, что с увеличением размеров решетки величина флуктуаций положения порога протекания уменьшается, а значение порога протекания стремится к постоянной величине $p_c = \lim_{N \rightarrow \infty} p_c(N)$. Так, для задачи узлов на бесконечной квадратной решетке перколяционный кластер образуется при $p_c = 0.59$.

Порог протекания является одним из важнейших параметров теории перколяции. Однако, помимо определения порога перколяции интерес представляет изучение структуры (мощность перколяционного кластера, распределение кластеров по размерам и т.д.) и проводимости среды. Поскольку теория перколяции оперирует вероятностными характеристиками, то с увеличением размеров рассматриваемой системы ее выводы становятся точнее.

Наряду с решеточными, задачами теория перколяции рассматривает класс непрерывных (континуальных) задач. К числу таких задач может быть отнесена задача о протекании в трещиноватой среде. Трещиноватые среды, как и пористые среды, представляют собой среды со случайным строением. Однако, вместо дискретной решетки для трещиноватых сред рассматривается непрерывное распределение элементов (трещин) в пространстве (положение, ориентация, длина трещин). В отличие от решетчатых задач в данном классе задач у трещин может быть переменное число связей с соседними элементами.

При переходе к анализу структуры системы трещин и ее влияния на фильтрационные характеристики трещиноватой среды возникает вопрос о выборе параметра для количественного описания связности системы трещин. В задачах на решетке эту роль выполняет параметр p , имеющий смысл вероятности или доли проводящих элементов. Для трещиноватых сред в качестве аналога параметра p могут быть использованы величины, связанные с концентрацией элементов в системе [44]. Часто для оценки связности системы трещин используется параметр B , равный среднему числу пересечений, приходящихся на одну трещину [44; 48–50]. Параметр p для системы трещин может быть введен как ве-

роятность образования связи трещины с ее соседями (отношение среднего числа пересечений трещины с соседями к числу ее ближайших трещин-соседей) [45].

В исследованиях [48; 49; 51] для описания связности системы трещин использовано следующее выражение для параметра p :

$$p = \int_{l_{min}}^{l_{max}} \frac{n(l)l^2}{L^2} dl, \quad (1.2)$$

где l_{min} и l_{max} — минимальная и максимальная дина трещин соответственно, $n(l)$ — закон распределения трещин по длинам, при этом $\int_{l_{min}}^{l_{max}} n(l)dl = n_f$, n_f — количество трещин в квадратной области со стороной L . Записанный в данном виде параметр p с точностью до константы имеет смысл среднего числа пересечений, приходящихся на трещину B . Так, для случайного распределения трещин по ориентации ($-\pi/2 \geq \theta \geq \pi/2$) параметры B и p связаны соотношением $B = \frac{2}{\pi}p$. При этом параметр p в виде (1.2), в отличие от B , зависит только от длин трещин, входящих в систему, и не требует непосредственного нахождения всех пересечений трещин в системе, что упрощает его вычисление.

Величина порога протекания может быть определена на основе численных экспериментов. Для двумерной среды со случайно распределенными трещинами одной длины порог протекания соответствует $p_c = 5.6$, или среднему числу пересечений, приходящихся на одну трещину, $B_c = 3.57$ [44].

Распределение трещин по длинам может иметь определяющее влияние на геометрические характеристики и фильтрационные свойства системы трещин, так как «малые» и «большие» трещины вносят различный вклад в связность и проводимость системы трещин. Система трещин может быть гидродинамически связной при относительно низкой концентрации трещин, если в системе присутствуют протяженные «магистральные» трещины. Так, в [49] исследован вопрос влияния показателя степени a в степенном законе распределения трещин по длинам на связность системы трещин. В работе показан вклад трещин различной длины в связность системы трещин. Авторы также отмечают, что для степенного распределения трещин по длинам в первом приближении порог протекания может быть оценен как $p_c = 5.6$ ($B_c = 3.57$), что соответствует значению, полученному для системы трещин одной длины.

Для практических задач особый интерес представляет исследование влияния структуры системы трещин на фильтрационные процессы. Помимо исследования особенностей геометрического строения методы теории перколяции

широко применяются для оценки фильтрационных свойств пористых, трещиноватых и трещиновато-пористых сред. Вопрос влияния структуры и связности системы трещин на ее проницаемость рассмотрен во многих работах [12; 52; 53]. В частности, исследования [54; 55] направлены на изучение проводимости системы трещин при распределении трещин по длинам, подчиняющемуся степенному закону. На основе многовариантного численного моделирования исследовано влияние параметров системы трещин на фильтрационные характеристики трещиновато-пористых сред [56–60]. Таким образом, вопросу влияния структуры системы трещин на фильтрационные свойства трещиноватых и трещиновато-пористых сред посвящено достаточно большое количество работ. В то же время важным вопросом является исследование влияния структуры системы трещин на выработку запасов трещиновато-пористых коллекторов, который изучен недостаточно подробно.

1.4 Моделирование фильтрационных процессов в трещиновато-пористых средах

Фильтрационные процессы в трещиновато-пористых средах существенным образом зависят от структуры и свойств системы трещин. По этой причине важным вопросом при моделировании фильтрационных процессов является выбор подхода к моделированию, который должен учитывать ключевые особенности системы трещин. Необходимо подчеркнуть, что сложность и разнообразные структур систем трещин затрудняет математическое моделирование процессов фильтрации в трещиновато-пористых средах. При этом на практике моделирование процессов разработки трещиновато-пористых коллекторов дополнительно осложняется неполнотой и низким качеством исходных данных о трещиноватости.

Характерной является ситуация, когда система трещин представляет собой сеть высокопроводящих каналов, проницаемость которых значительно больше проницаемости матрицы горной породы. В то же время трещины занимают гораздо меньший объем, чем поры. Таким образом, основной объем углеводородов в трещиновато-пористых коллекторах сосредоточен в пористой матрице горной породы. В данном случае при описании фильтрационных

процессов в трещиновато-пористых средах рассматривают потоки в матрице горной породы, в системе трещин и перетоки между пористой средой и трещинами. При этом перетоки между средами могут происходить за счет гидродинамического напора, капиллярных и гравитационных сил.

Обзор моделей и подходов к моделированию фильтрационных процессов в трещиновато-пористых средах проведен в ряде работ [18; 61; 62]. Ниже рассмотрим основные модели процессов фильтрации в трещиновато-пористых средах, их преимущества и недостатки, а также предположения, лежащие в основе данных моделей.

1.4.1 Представительный объем трещиновато-пористой среды

Важным понятием при моделировании фильтрационных процессов в пористых, трещиноватых и трещиновато-пористых средах является представительный объем среды (representative elementary volume). Под представительным объемом, как правило, понимают такой наименьший объем, при достижении которого наблюдаемые величины (например, пористость или проницаемость) перестают значительно изменяться [63; 64]. То есть измеренное в представительном объеме свойство не будет отличаться от аналогичного свойства породы-коллектора в большем объеме среды.

Представительный объем критически важен как при измерении фильтрационно-емкостных параметров в лабораторных исследованиях, так и при моделировании фильтрационных процессов. В случае лабораторных исследований достижение представительного объема позволяет переносить измеренные свойства с масштаба керна, например, на масштаб расчетной ячейки гидродинамического симулятора. Достижение представительного объема является основополагающим предположением в механике сплошной среды, используемой для моделирования фильтрационных процессов.

Как было отмечено выше, измеряемые значения фильтрационных и емкостных параметров для коллекторов с осложненным строением (трещиновато-поровые, кавернозно-поровые коллекторы) могут существенно зависеть от размера лабораторного образца (масштабный эффект) [27; 28]. В [64] показано, что элементарный представительный объем для сложнопостроенных неодно-

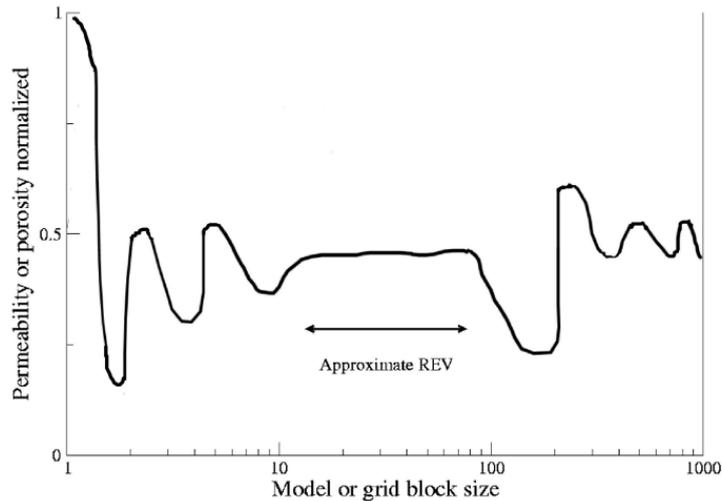


Рисунок 1.3 — Интервал оценки представительного объема [65]

родных коллекторов, как правило, превышает размеры испытываемых образцов керна. Данный факт, в свою очередь, усложняет использование полученных результатов.

Отметим, что несмотря на приведенное определение представительного объема измеряемые свойства будут постоянны лишь на некотором интервале изменения масштаба. Величина представительного объема определяет область перехода между различными типами неоднородностей (различными масштабами неоднородности) [65] (см. рис. 1.3). Так, в случае трещиноватого коллектора будет происходить переход от масштаба неоднородности пористой среды к масштабу неоднородности системы трещин.

Представительный объем трещиноватой среды должен содержать статистически достаточное количество трещин для корректного учета их влияния на фильтрационно-емкостные свойства пласта. В общем случае уменьшение концентрации трещин должно приводить к увеличению представительного объема. Однако, возможны ситуации, когда представительный объем трещиноватой среды на рассматриваемом масштабе не достигается (например, на масштабе межскважинного расстояния) [65; 66]. Так в [67] отмечается, что, в случае степенного закона распределения трещин по длинам, трещиноватые среды могут не обладать каким-либо масштабом однородности (homogenization scale). Как следствие, представительный объем для таких сред не может быть определен.

Таким образом, оценка величины представительного объема среды является необходимым шагом при выборе подходов к моделированию фильтрацион-

ных процессов в трещиновато-пористых средах. Вопрос определения величины представительного объема для трещиноватых сред обсуждается в [34; 68–71].

1.4.2 Модель эффективной среды (Single-porosity model)

Рассмотрим модель эффективной среды (single-porosity model) [61; 72]. В рамках данного подхода происходит переход от рассмотрения пористой среды и системы трещин к эффективной пористой среде. Для описания такой среды используют осредненные (или эквивалентные) параметры, которые учитывают течение как в пористой среде, так и в трещинах. При этом используется континуальная модель фильтрации в пористой среде.

Сложность использования данного подхода заключается в необходимости корректного определения параметров эффективной среды (пористости, проницаемости, относительных фазовых проницаемостей). Так, наличие системы трещин может приводить к быстрым прорывам закачиваемой воды к добывающим скважинам, что должно быть учтено в виде кривых относительных фазовых проницаемостей [73; 74]. Процедура построения эффективных относительных фазовых проницаемостей представляет собой объединение кривых относительной фазовой проницаемости двух сред (трещин и матрицы) в одну единственную псевдокривую. Принципиально данный процесс проиллюстрирован на рис. 1.4.

Модель эффективной среды наименее требовательная к вычислительным ресурсам. При этом существенным недостатком модели эффективной среды является принципиальная невозможность описания процесса массообмена между системой трещин и пористой средой. Кроме того, применимость данного подхода для сложной конфигурации трещин и при отсутствии представительного объема может быть ограничена.

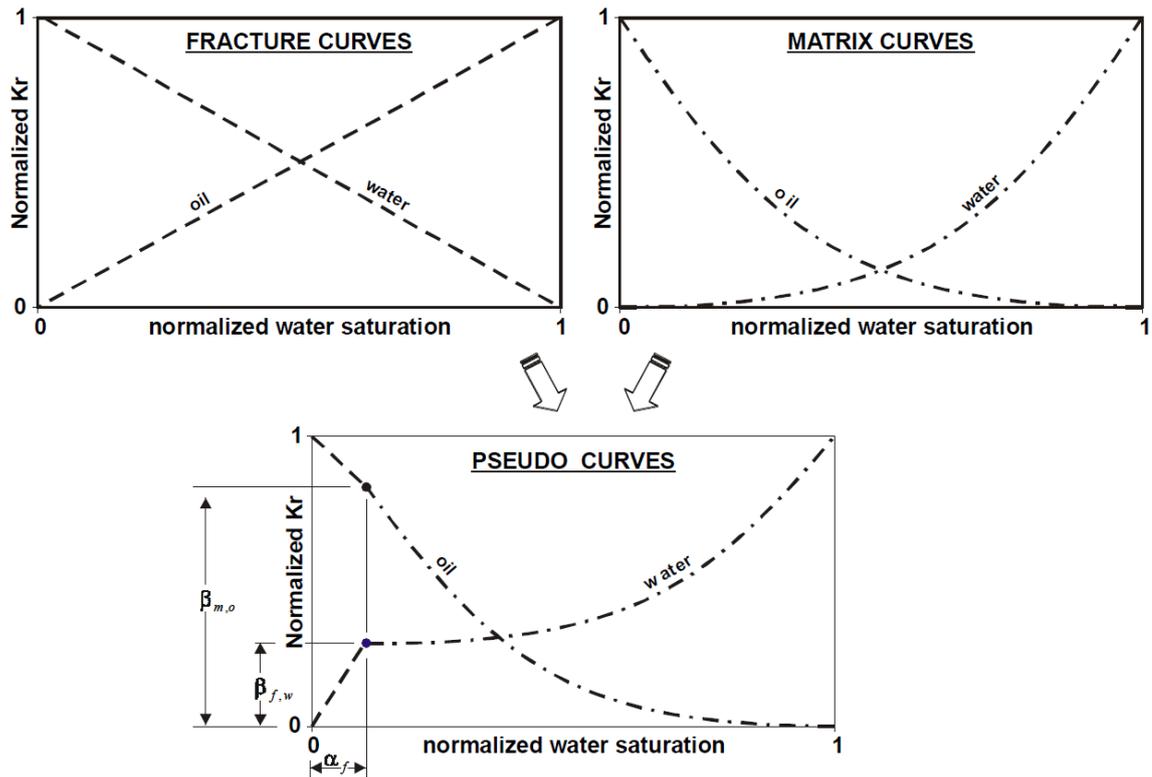


Рисунок 1.4 — Создание псевдокривых путем объединения кривых относительной фазовой проницаемости трещины и матрицы [72]

1.4.3 Модель двойной пористости (Dual-Porosity model)

Широкое распространение при моделировании фильтрационных процессов в трещиновато-пористых средах получила модель двойной пористости (dual-porosity model), представленная в классических работах [75; 76]. В рамках данной модели трещиновато-пористая среда рассматривается как два взаимно проникающих континуума (две среды): чисто трещиноватая и чисто пористая. При этом свойства каждой из сред задаются в виде эффективных параметров.

В модели двойной пористости принимается, что проницаемость системы трещин много больше проницаемости пористой среды, а объем, занимаемый системой трещин, мал по сравнению с поровым объемом. Одно из главных предположений модели двойной пористости — система трещин является достаточно развитой (связной). Как правило, система трещин рассматривается в виде упорядоченных взаимно перпендикулярных наборов трещин, которые образуют блоки пористой среды (см. рис. 1.5). Предполагается, что блоки пористой среды напрямую гидродинамически не связаны друг с другом. Данное предположение позволяет исключить из рассмотрения член, связанный с по-

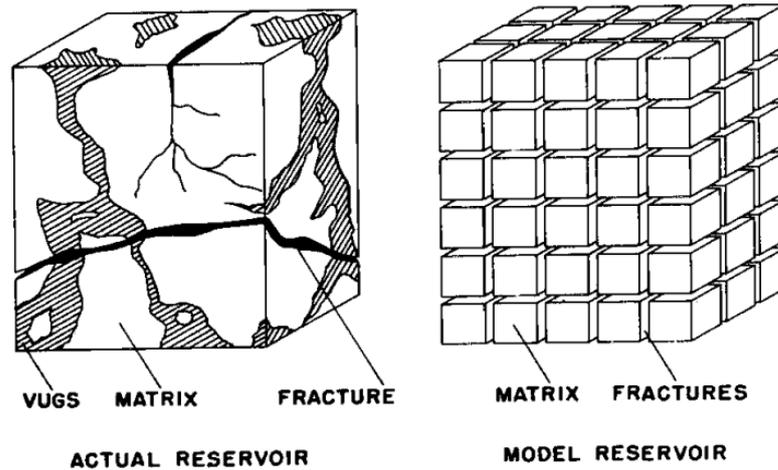


Рисунок 1.5 — Идеализированное представление неоднородной пористой среды [76]

током жидкости в пористой среде. Таким образом, единственным механизмом извлечения нефти из блоков пористой среды остается массообмен с системой трещин. Интенсивность массообмена между средами определяется формой блоков, которая характеризуется геометрическим фактором (shape factor) [77].

Так как модель двойной пористости опирается на подходы механики сплошной среды, то для ее корректного использования на рассматриваемом масштабе должен достигаться представительный объем, в связи с чем модель двойной пористости хорошо подходит для моделирования сильнотрещиноватых сред. В то же время, применимость модели двойной пористости ограничена слабой связностью системы трещин и/или отсутствием представительного объема. В отличие от модели эффективной среды, модель двойной пористости позволяет учитывать массообмен между средами. Отметим, что для успешного применения модели двойной пористости на практике необходима корректное задание параметров системы трещин и блоков пористой среды, идентификация которых на данный момент остается актуальной задачей.

1.4.4 Модель дискретных трещин (Discrete fracture model)

Наиболее универсальным подходом к моделированию фильтрационных процессов в трещиновато-пористых средах является использование модели дис-

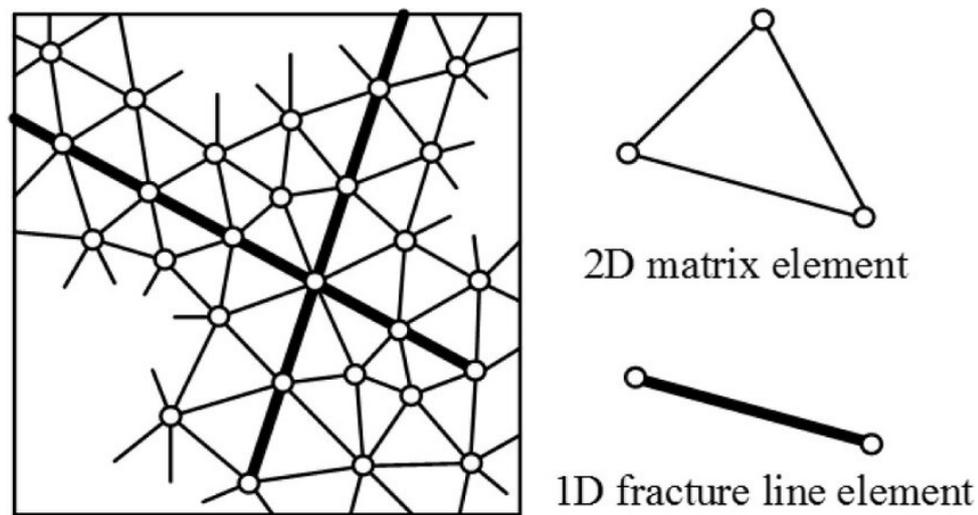


Рисунок 1.6 — Схематическое представление расчетной сетки для модели дискретных трещин [79]

кретных трещин (discrete fracture model) [78–80], которая позволяет учесть положение, ориентацию, размер и физические свойства каждой трещины в системе. Данный подход не имеет ограничений на геометрическое строение системы трещин (плотность, связность системы трещин), однако его применимость ограничена высокой вычислительной сложностью. Для явного описания положения каждой трещины в системе необходимо построение детальных неструктурированных расчетных сеток (см. рис. 1.6), что приводит к увеличению количества расчетных узлов и, как следствие, к увеличению времени расчетов.

В рамках модели дискретных трещин фильтрационные потоки в системе трещин рассматриваются непосредственно. Так, в двумерном случае трещины рассматриваются как линейные объекты, для которых записываются соответствующие квазиодномерные уравнения фильтрации. Массообмен между трещинами и пористой средой происходит на границе трещина-матрица и описывается явным образом исходя из геометрического строения системы трещин. Для описания фильтрационных потоков в пористой среде используются континуальные модели.

В силу высоких вычислительных затрат модель дискретных трещин слабо применима для решения практических задач гидродинамического моделирования процессов разработки месторождений. По этой причине на практике для сокращения вычислительных затрат существует необходимость в применении методов апскейлинга [81; 82]. Под апскейлингом в данном случае понимается

переход от детального моделирования фильтрационных процессов в рамках модели дискретных трещин к их более грубому и эффективному с вычислительной точки зрения описанию с помощью моделей эффективной среды или двойной пористости. При этом процесс огрубления предполагает расчет эквивалентных параметров среды (с помощью модели дискретных трещин) и переход от детальных к огрубленным расчетным сеткам. Как было отмечено выше, для корректного использования континуальных моделей должен достигаться представительный объем трещиновато-пористой среды, величина которого может быть оценена при использовании модели дискретных трещин [68; 70].

Модель дискретных трещин может использоваться для моделирования фильтрационных процессов в разномасштабной системе трещин (например, мезо- и макротрещины). Вычислительная сложность задачи в этом случае определяется минимальной длиной трещин. Поэтому с точки зрения вычислительной эффективности разумно рассматривать трещины одного пространственный масштаба. Одним из вариантов сокращения вычислительных затрат при численном моделировании является применение гибридного подхода, заключающегося в совместном использовании модели дискретных трещин для описания отдельных объектов (макротрещины) и традиционной модели двойной пористости для описания связной системы мезотрещин [83; 84].

Поскольку положение трещин в пласте как правило не известно, то при использовании модели дискретных трещин необходимо рассматривать множество реализаций систем трещин, полученных с помощью случайной генерации.

1.5 Модель пороупругой среды

Традиционно основное внимание при математическом моделировании процессов разработки нефтегазовых месторождений уделяется описанию многофазных и многокомпонентных фильтрационных потоков в пористых и трещиновато-пористых средах [85—91]. Учет напряженно-деформированного состояния скелета горной породы в фильтрационных моделях осуществляется путем задания зависимости пористости от давления. Данного подхода достаточно для решения широкого круга задач.

Однако при разработке месторождений нефти и газа известен целый ряд ситуаций, анализ которых требует полноценного учета напряженно-деформированного состояния пласта. Прежде всего отметим задачи, связанные с закачкой жидкостей и газов в пласт: поддержание пластового давления, проведение операции гидроразрыва пласта и т.д. [7; 9; 92]. Помимо задач, связанных с разработкой месторождений углеводородов, учет напряженно-деформированного состояния пластовой системы необходим при захоронении CO_2 [93], использовании геотермальных источников [94] и т.д. При решении данных задач для описания системы пласт-флюид обычно используется модель пороупругой среды [95–97], которая позволяет описать фильтрацию флюида совместно с полноценной моделью напряженно-деформированного состояния вмещающих горных пород.

Основы теории пороупругости были представлены Терцаги в результате проведения им серии лабораторных экспериментов [98]. Также Терцаги ввел концепцию эффективных напряжений [99], которая хорошо зарекомендовала себя в прикладных задачах и повлияла на дальнейшие исследования. В [95] Био представил модель для совместного описания процессов деформации упругой среды (матрицы породы) и течения флюида в ней. Данная модель описывает процессы консолидации горных пород при изменении порового давления насыщающего флюида и является основой для моделирования фильтрационных процессов в пороупругих средах.

В рамках теории Био связь полных и эффективных напряжений имеет следующий вид:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} + bP\mathbf{I} \quad (1.3)$$

где $\boldsymbol{\sigma}'$ – тензор эффективных напряжений, $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор полных напряжений, \mathbf{I} – единичная матрица, P – поровое давление, b – коэффициент Био, который может быть определен как $b = K_{dr}/K_s$ [100], K_{dr} – объемный модуль горной породы в условиях дренажа, K_s – объемный модуль скелета горной породы.

Отметим ряд исследований, посвященных применению модели пороупругой среды для моделирования процессов разработки месторождений углеводородов. В [101] проведен анализ математической модели пороупругости с точки зрения подземной гидродинамики. В статье показано, что классическая модель фильтрации, широко используемая при моделировании нефтяных резервуаров, является частным случаем модели пороупругой среды. В [102; 103] рассмотрены

подходы к учету напряженно-деформированного состояния пластовых систем при моделировании процесса разработки месторождений углеводородов. Авторы рассматривают различные схемы совместного численного моделирования фильтрационных процессов и напряженно деформированного состояния, точность и вычислительную эффективность данных методов. Опыт применения совместного моделирования напряженно-деформированного состояния горных пород и процессов разработки месторождений обсуждается в [104; 105].

Зависимость проницаемости от напряженно-деформированного состояния среды для трещин существенно сильнее, чем для матрицы горной породы. По этой причине наиболее сильное влияние изменения напряженно-деформированного состояния пластовых систем, вызванного процессами добычи и закачки, на фильтрационные свойства среды наблюдается в трещиноватых и трещиновато-пористых коллекторах [2; 6—8]. В связи с этим подходы к моделированию фильтрационных процессов в пороупругих средах распространены и на трещиновато-пористые среды [80; 106—108].

Как правило течение жидкости в трещине рассматривается как движение между двумя параллельными плоскостями, находящимися на расстоянии δ друг от друга. Расход через трещину q в соответствии с кубическим законом [6] имеет вид:

$$q = -\frac{\delta^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (1.4)$$

где μ – вязкость жидкости.

Раскрытость трещины δ определяется действующими на нее эффективными напряжениями. Для описания деформационных соотношений удобно рассматривать трещины как плоские включения в скелет горной породы. При этом для описания деформационных свойств нарушений используют не модули упругости геоматериала, а нормальную k_n и сдвиговую k_s жесткость трещины [13; 109]:

$$k_n = \frac{\partial \sigma'_n}{\partial u_n}, \quad k_s = \frac{\partial \sigma'_s}{\partial u_s}, \quad (1.5)$$

где σ'_n, σ'_s – нормальные и сдвиговые эффективные напряжения, действующие на трещину, u_n, u_s – относительные нормальные и сдвиговые перемещение берегов трещины.

В настоящее время наиболее широкое распространение для описания деформационных свойств трещин получили подходы, представленные в работах

[110; 111], где, в частности, предложено уравнение гиперболического типа, связывающее действующие на трещину нормальные напряжения с ее раскрытостью.

1.6 Основные выводы к главе 1

Так как трещиноватость горных пород может определяющим образом влиять на фильтрационные процессы, то ее необходимо учитывать на всех стадиях разработки месторождений, особенно на этапах поддержания пластового давления и повышения нефтеотдачи. В частности, наличие системы пластовых трещин существенно увеличивает риски быстрого прорыва закачиваемой при поддержании пластового давления воды к добывающим скважинам, что приводит к низкой эффективности вытеснения нефти.

При этом, как следует из обзора литературных источников, одним из ключевых факторов при разработке коллекторов трещиноватого и трещиновато-пористого типа является высокая степень неопределенности строения и параметров системы трещин. Данное обстоятельство существенно осложняет процесс гидродинамического моделирования разработки трещиноватых пластов и снижает качество прогнозирования показателей разработки. Низкая достоверность результатов моделирования, в свою очередь, усложняет принятие решений при управлении процессами разработки месторождений. В данных условиях для повышения качества моделирования необходимо расширение представлений об особенностях и закономерностях фильтрационных процессов в трещиновато-пористых средах с различной структурой системы трещин, выявление ключевых факторов и параметров трещиновато-пористых сред влияющих на их фильтрационные характеристики и на процессы извлечение нефти из пласта.

При этом необходимо отметить следующие моменты:

- Одной из особенностей строения систем пластовых трещин являются их сложные и разнообразные структуры. Согласно современным представлениям трещиноватость горных пород характеризуется существенной разномасштабностью: от микро- до макротрещин. Для

- описания присущей системе пластовых трещин разномасштабности используют степенные законы распределения трещин по длинам;
- Ввиду высокой неопределенности строения и параметров системы трещин необходимо применение вероятностных подходов для определения возможного влияния трещиноватости на фильтрационные процессы. Так как положение трещин в пласте, как правило, не известно, необходимо рассматривать множество реализации систем трещин, полученных с помощью случайной генерации;
 - Поскольку трещиновато-пористые среды являются средами со случайным строением, то для исследования структуры таких сред могут быть использованы представления теории перколяции. Применение методов и подходов теории перколяции позволяет более глубоко понять особенности геометрического строения трещиновато-пористых сред и оценить их влияние на фильтрационные процессы, в частности, на процесс вытеснения нефти водой;
 - Для трещиновато-пористых сред представительный объем в рассматриваемом масштабе (например, масштаб характерного расстояния между скважинами или масштаб расчетной ячейки гидродинамического симулятора) может не достигаться, что ограничивает применимость широко известных континуальных моделей (модель эффективной среды, модель двойной пористости);
 - Для исследования фильтрационных процессов в трещиновато-пористых средах с различной структурой системы трещин (от слабо- до сильно-связных) необходимо использовать модель дискретных трещин, которая в том числе позволяет проводить исследования в условиях отсутствия представительного объема среды, где особенности фильтрационных процессов изучены слабо;
 - Для трещиноватых и трещиновато-пористых сред необходимо учитывать влияние напряженно-деформированного состояния среды на фильтрационные характеристики трещин.

Глава 2. Математическая модель фильтрации в деформируемой трещиновато-пористой среде и методы численного моделирования

Рассматривается двухфазная двумерная фильтрация несмешивающихся слабосжимаемых жидкостей в деформируемой трещиновато-пористой среде. Для описания фильтрационных процессов используется математическая модель пороупругой среды, которая включает в себя уравнения для давления жидкости в системе матрица-трещины и уравнения для перемещений скелета горной породы, учитывающие деформационные свойства трещин. Использована модель дискретных трещин, которая предполагает непосредственное моделирование фильтрационных и деформационных процессов в каждой трещине.

2.1 Модельное представление трещиновато-пористой среды. Сеть дискретных трещин

В рамках модели дискретных трещин предполагается прямое моделирование фильтрационных и деформационных процессов в трещинах, что требует явного описания геометрии системы трещин. В отличие от моделей, которые рассматривают систему трещин как непрерывную среду, модель дискретных трещин учитывает индивидуальные характеристики каждой трещины и их взаимовлияние.

Рассмотрим трещиновато-пористую среду, которая находится в двумерной области Ω с внешней границей $\Gamma = \partial\Omega$ (см. рис. 2.1). Область Ω содержит пористую матрицу горной породы и систему трещин. Для обозначения величин, относящихся к матрице горной породы и системе трещин будем использовать верхний индекс α , принимающий значения m и f соответственно. Трещины представляют собой включения в скелет горной породы продольные размеры которых много больше их поперечных размеров, что в двумерном случае позволяет рассматривать трещины как одномерные (линейные) объекты. Обозначим систему трещин как $\Gamma^f = \cup_{i=1}^{n_f} \Gamma_i^f$, где n_f — количество трещин в системе, Γ_i^f — i -ая трещина. Любые две трещины Γ_i^f и Γ_j^f либо не имеют общих точек, либо пересекаются в точке $\Gamma_i^f \cap \Gamma_j^f$. При этом каждая трещина имеет две поверхности

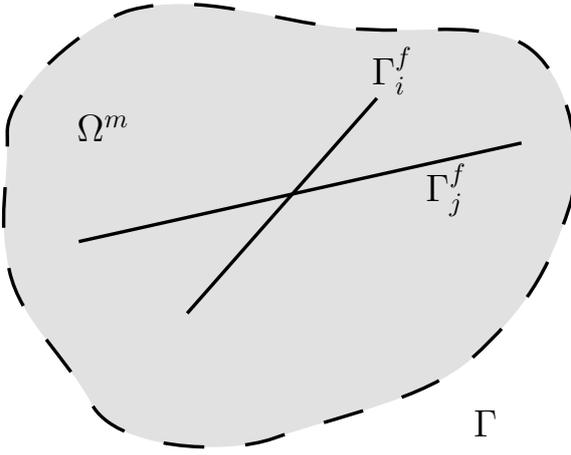


Рисунок 2.1 — Модельное представление трещиновато-пористой среды

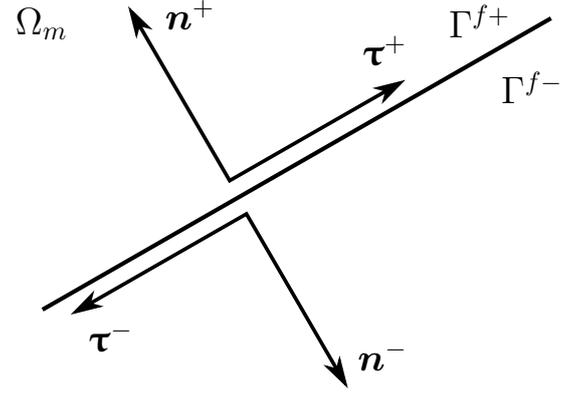


Рисунок 2.2 — Модельное представление трещины

(границы) контакта с пористой средой Γ_i^{f+} и Γ_i^{f-} , где верхними индексами \pm обозначены противоположные границы трещины (см. рис 2.2). Пористая среда (матрица горной породы) находится в области Ω^m и имеет внешнюю Γ^m и внутренние $\Gamma_i^{f\pm}$ границы. Трещины могут иметь точки пересечения с внешней границей $\Gamma_i^f \cap \Gamma$.

2.2 Напряженно-деформированное состояние трещиновато-пористой среды

Трещиновато-пористая среда в каждый момент времени находится в состоянии механического равновесия. Закон сохранения импульса в квазистационарном приближении без учета объемных сил имеет вид [97]:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = 0. \quad (2.1)$$

Выражение (2.1) описывает напряженно-деформированное состояние насыщенной трещиновато-пористой среды. Согласно теории Био [95; 97] эффективные напряжения, действующие на скелет горной породы, складываются из общих напряжений и порового давления насыщающего флюида. Полные напряжения для матрицы горной породы могут быть записаны в виде:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}' - b^m P_t^m \mathbf{I}, \quad (2.2)$$

где $\boldsymbol{\sigma}$ — тензор полных напряжений, $\boldsymbol{\sigma}'$ — тензор эффективных напряжений, P_t^m — среднее поровое давление, \mathbf{I} — единичная матрица.

Для изотропной пороупругой среды в случае малых деформаций уравнение (2.2) при использовании закона Гука может быть записано относительно вектора перемещений скелета горной породы \mathbf{u} :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mu \nabla \mathbf{u} + \mu (\nabla \mathbf{u})^T + \lambda \mathbf{I} \text{tr}(\nabla \mathbf{u}) - b^m P_t^m \mathbf{I},$$

где $\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ и $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ – коэффициенты Ляме, E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона.

Границы трещины Γ^{f+} и Γ^{f-} (см. рис. 2.2), находятся в состоянии механического контакта. При этом шероховатость границ не позволяет им полностью сомкнуться. При моделировании напряженно-деформированного состояния трещины рассматриваются как включения в скелет горной породы, обладающие собственными деформационными свойствами. В соответствии с условием механического равновесия (2.1) напряжения, действующие на границы трещины, должны удовлетворять условию непрерывности напряжений на границах и внутри трещины

$$\boldsymbol{\sigma}^+ \cdot \mathbf{n}^+ = \mathbf{t}^f = -\boldsymbol{\sigma}^- \cdot \mathbf{n}^-,$$

где $\boldsymbol{\sigma}^+$, $\boldsymbol{\sigma}^-$ – полные напряжения, действующие на противоположные границы трещины, \mathbf{n}^\pm – вектор нормали к границе трещины (см. рис. 2.2), \mathbf{t}^f – вектор полных напряжений, возникающий в трещине.

Выражения для эффективных напряжений, возникающих в трещине, могут быть представлены в виде [7]:

$$\sigma_n = \sigma'_n - P_t^f, \quad \sigma_s = \sigma'_s, \quad (2.3)$$

где σ_n, σ_s – полные нормальное и сдвиговое напряжения, σ'_n, σ'_s – эффективные нормальное и сдвиговое напряжения, P_t^f – среднее давление в трещине. Из (2.3) видно, что давление жидкости в трещине не влияет на сдвиговую компоненту напряжений.

В силу малых поперечных размеров трещин при описании деформационных соотношений удобно использовать не упругие модулями, а нормальную k_n и сдвиговую k_s жесткость [13; 109]:

$$k_n = \frac{d\sigma'_n}{du_n}, \quad k_s = \frac{d\sigma'_s}{du_s}, \quad (2.4)$$

где $u_n = (\mathbf{u}^+ - \mathbf{u}^-) \cdot \mathbf{n}^+$, $u_s = (\mathbf{u}^+ - \mathbf{u}^-) \cdot \boldsymbol{\tau}^+$ — относительные нормальные и сдвиговые перемещения берегов трещины, \mathbf{u}^+ , \mathbf{u}^- — перемещения берегов трещины, $\boldsymbol{\tau}^+$ — касательный вектор к границе трещины (см. рис. 2.2).

Рассмотрим нелинейные деформации трещин в нормальном направлении. Эффективные нормальные напряжения σ'_n связаны с относительными перемещениями берегов трещины u_n следующим гиперболическим соотношением [110]:

$$\sigma'_n = \frac{k_{n0} u_n^{max} u_n}{u_n^{max} - u_n}, \quad (2.5)$$

где u_n^{max} — минимально возможное значение u_n , k_{n0} — начальная нормальная жесткость трещины (жесткость при нулевых нормальных напряжениях) $k_{n0} = \lim_{\sigma'_n \rightarrow 0} \partial \sigma'_n / \partial u_n$.

Сдвиговые деформации трещин будем рассматривать в линейном диапазоне, где σ'_s и u_s связаны соотношением:

$$\sigma'_s = k_s u_s. \quad (2.6)$$

Тогда полные напряжения в трещине могут быть записаны через относительные перемещения берегов трещины:

$$\sigma_n = \frac{k_{n0} u_n^{max} u_n}{u_n^{max} - u_n} - P_t^f, \quad \sigma_s = k_s u_s.$$

2.2.1 Фильтрация в трещиновато-пористой среде

Рассмотрим процесс двухфазной фильтрации воды и нефти в деформируемой трещиновато-пористой среде. Для обозначения величин, относящихся к воде и нефти, используется нижний индекс p , который принимает значения w и o соответственно. Тогда уравнение фильтрации жидкости в деформируемой пористой среде записывается в виде [97]:

$$\frac{S_p^m}{M_p^m} \frac{\partial P_p^m}{\partial t} + \varphi^m \frac{\partial S_p^m}{\partial t} + S_p^m b^m \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{u}) = -\nabla \cdot \mathbf{v}_p^m \quad (2.7)$$

где S_p^m — насыщенность p -ой фазой, P_p^m — давление p -ой фазы в поровом пространстве, $\frac{1}{M_p^m} = C_p \varphi^m + \frac{b^m - \varphi^m}{K_s}$ — модуль Био пористой среды, C_p — сжимаемость фазы, φ^m — пористость матрицы горной породы, b^m — коэффициент

Био матрицы, K_s — объемный модуль зерен горной породы, \mathbf{u} — вектор перемещений скелета горной породы, \mathbf{v}_p^m — скорость фильтрации жидкости в поровом пространстве.

Скорость фильтрации каждой фазы в поровом пространстве определяется из обобщенного закона Дарси:

$$\mathbf{v}_p^m = -\frac{k^m k_{rp}^m}{\mu_p} \nabla P_p^m,$$

где k^m — абсолютная проницаемость пористой среды, k_{rp}^m и μ_p — относительная фазовая проницаемость и вязкость p -ой фазы.

При рассмотрении процессов фильтрации трещина модельно представляется как узкая щель, окруженная матрицей горной породы. Квазиодномерное уравнение фильтрации жидкости в трещине, учитывающее пороупругие эффекты, имеет вид [7]:

$$S_p^f \delta C_p \frac{\partial P_p^f}{\partial t} + \delta \frac{\partial S_p^f}{\partial t} + S_p^f \frac{\partial u_n}{\partial t} = -\frac{\partial q_p^f}{\partial x^f} - q_p^+ - q_p^-$$

где δ — раскрытость трещины, P_p^f — давление p -ой фазы в трещине, x^f — координата, изменяющаяся вдоль трещины, q_p^f — поток фазы вдоль трещины, q_p^\pm — удельный расход через границы трещины.

Течение жидкости в трещине рассматривается как движение между двумя параллельными плоскостями, находящимися на расстоянии δ друг от друга. Тогда расход через трещину в соответствии с кубическим законом [6] имеет вид:

$$q_p^f = -\frac{\delta^3 k_{rp}^f}{12 \mu_p} \frac{\partial P_p^f}{\partial x^f},$$

По аналогии с законом Дарси выражение для абсолютной проницаемости трещины может быть записано в виде:

$$k^f = \frac{\delta^2}{12}$$

Раскрытость трещины δ может быть выражена через относительное нормальное перемещение ее берегов:

$$\delta = \delta_0 + u_n \quad (2.8)$$

На границах трещины $\Gamma^{f\pm}$ должны выполняться условия непрерывности давлений и потоков. При этом удельный расход фазы q_p^\pm по нормали к границам матрица-трещина $\Gamma^{f\pm}$ пропорционален градиенту давления и может быть

определен как

$$q_p^\pm = -\frac{k^m k_{rp}^m}{\mu_p} \frac{\partial P_p^m}{\partial \mathbf{n}^\pm}$$

При рассмотрении системы трещин две трещины либо не пересекаются, либо имеют одну общую точку. При этом в точке пересечения трещин также должны выполняться условия непрерывности давления и потоков.

При совместном течении нефти и воды в матрице ($\alpha = m$) и трещинах ($\alpha = f$) справедливо соотношение

$$\sum_{p=w,o} S_p^\alpha = 1$$

Если вода является смачивающей фазой, а нефть — несмачивающей фазой, то капиллярное давление в системе нефть-вода определяется как

$$P_{cow}^\alpha = P_o^\alpha - P_w^\alpha$$

При этом величина капиллярного давления в матрице является функцией насыщенности и определяется с помощью J -функции Леверетта [112]. В работе рассматриваются трещины с раскрытостью порядка сотен микрометров, что позволяет пренебречь капиллярным давлением в них. Тогда выражения для капиллярных давлений в пористой среде и трещинах имеют вид:

$$P_{cow}^m = \sigma \cos(\theta) \sqrt{\frac{\varphi^m}{k^m}} J(S_w^m), \quad P_{cow}^f = 0, \quad (2.9)$$

где σ — коэффициент межфазного натяжения, θ — краевой угол смачивания.

Таким образом, приведенные выше уравнения однофазной фильтрации в деформируемой трещиновато-пористой среде образуют замкнутую систему, которую необходимо дополнить начальными и граничными условиями.

2.3 Общий вид начальных и граничных условий

Рассмотрим общий вид граничных и начальных условий, которые при необходимости будут уточняться при постановке задач. Насыщенная трещиновато-пористая среда, находится в квадратной области $\Omega =$

$\{0 \leq x \leq L; 0 \leq y \leq L\}$ с границами: $\Gamma_n = \{0 \leq x \leq L; y = L\}$, $\Gamma_s = \{0 \leq x \leq L; y = 0\}$, $\Gamma_w = \{x = 0; 0 \leq y \leq L\}$ и $\Gamma_e = \{x = L; 0 \leq y \leq L\}$.

Рассмотрим фильтрационные потоки между противоположными границами расчетной области Γ_w и Γ_e , вызванные постоянным перепадом давления $P_{inj} - P_{prod} = \Delta P$. На границе Γ_w происходит закачка воды $S_w^\alpha|_{\Gamma_w} = 1$. На границах расчетной области Γ_n и Γ_s задано условие непротекания. Таким образом, граничные условия для давления (для определенности выберем давление в нефтяной фазе) в пористой среде и системе трещин имеют вид:

$$\left. \frac{\partial P_o^m}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\Gamma_n} = 0, \quad \left. \frac{\partial P_o^m}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\Gamma_s} = 0, \quad P_o^m|_{\Gamma_w} = P_{inj}, \quad P_o^m|_{\Gamma_e} = P_{prod}$$

и

$$\left. \frac{\partial P_o^f}{\partial x^f} \right|_{\Gamma_n \cap \Gamma^f} = 0, \quad \left. \frac{\partial P_o^f}{\partial x^f} \right|_{\Gamma_s \cap \Gamma^f} = 0, \quad P_o^f|_{\Gamma_w \cap \Gamma^f} = P_{inj}, \quad P_o^f|_{\Gamma_e \cap \Gamma^f} = P_{prod}$$

где \mathbf{n} — вектор нормали к внешней границе.

Трещиновато-пористая среда находится под воздействием полных сжимающих напряжений, действующих перпендикулярно границам области. Для учета влияния прилегающих к расчетной области горных пород используются граничные условия «абсолютно жесткой пластины» [113], что приводит к граничным условиям следующего вида:

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_n} (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \cdot \mathbf{n} ds &= \sigma_b L, & (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \cdot \boldsymbol{\tau}|_{\Gamma_n} &= 0 \\ \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma_s} &= 0, & \left. \frac{\partial \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\tau}}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\Gamma_s} &= 0 \\ \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma_w} &= 0, & \left. \frac{\partial \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\tau}}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\Gamma_w} &= 0 \\ \int_{\Gamma_e} (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \cdot \mathbf{n} ds &= \sigma_b L, & (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \cdot \boldsymbol{\tau}|_{\Gamma_e} &= 0 \end{aligned}$$

где $\boldsymbol{\tau}$ — касательный вектор к внешней границе.

Изначально трещиновато-пористая среда насыщена нефтью $S_w^\alpha|_\Omega = 0$. В начальный момент времени давления жидкости в поровом пространстве и трещинах равны между собой $P_o^m|_\Omega = P_o^f|_\Omega = P_{init}$, а поле перемещений \mathbf{u}_{init} и раскрытие трещин δ_{init} определяются из решения поставленной задачи для невозмущенного поля давления при $P_{inj} = P_{prod} = P_{init}$.

2.4 Методика численного моделирования

Рассмотрим методы и подходы, используемые при численном моделировании фильтрационных процессов в деформируемых трещиновато-пористых средах.

2.4.1 Дискретизация расчетной области

Модель дискретных трещин предполагает непосредственный учет геометрии трещин при численном моделировании фильтрационных процессов в трещиноватых средах. В связи с этим возникает необходимость построения детальных расчетных сеток, учитывающих положение каждой трещины в расчетной области. Так как в общем случае система трещин может иметь произвольное геометрическое строение, то становится необходимым использовать неструктурированные расчетные сетки, состоящие из треугольников. Для построения неструктурированных расчетных сеток использован открытый пакет Gmsh [114]. На рис. 2.3 приведен пример расчетной сетки, построенной для одной из систем трещин.

2.4.2 Метод контрольных объемов

Для построения дискретного аналога системы уравнений многофазной фильтрации широко используется метод контрольных объемов (finite volume method). Стандартным подходом в вычислительной механике твердого тела является метод конечных элементов (finite element method). Однако, в последнее время метод контрольных объемов также получил достаточно широкое распространение в области вычислительной механики твердого тела [115].

Для дискретизации приведенной выше системы уравнений фильтрации двухфазной жидкости в деформируемой трещиновато-пористой среде использован объемно-центрированный метод контрольных объемов (cell-centered finite

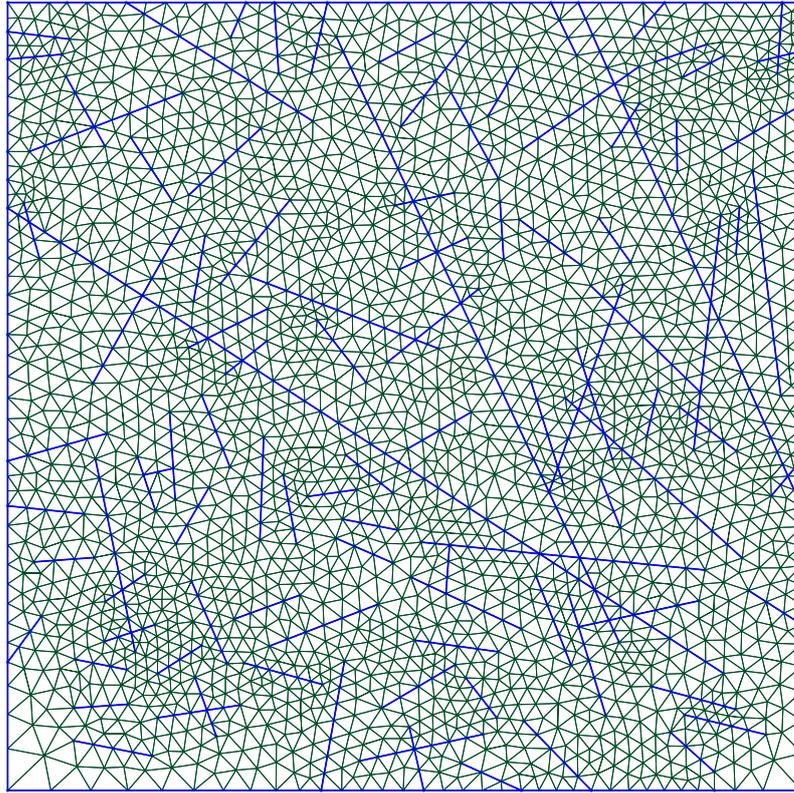


Рисунок 2.3 — Пример построения неструктурированной расчетной сетки для одной из систем трещин

volume method) [116; 117]. Вопросы применения метода контрольных объемов для моделирования фильтрационных процессов в трещиновато-пористых средах при использовании модели дискретных трещин рассмотрены в [78; 80]. В [118] рассмотрено применение метода контрольных объемов для численного моделирования напряженно-деформированного состояния трещиновато-пористых сред при использовании модели дискретных трещин. Так как используемые расчетные сетки являются неортогональными (вектор связи между двумя соседними узлами и вектор нормали к грани между ними не параллельны), то в разностные схемы вводятся дополнительные поправки на неортогональность [119].

2.4.3 Расщепление системы уравнений пороупругости

Как было рассмотрено выше система уравнений пороупругости включает в себя уравнения для давления жидкости и перемещений скелета горной породы. Важной особенностью математических моделей пороупругости является

сильная связь между данными уравнениями. В связи с этим для численного моделирования фильтрационных процессов в пороупругой среде важен выбор устойчивых и эффективных вычислительных методов.

Существуют различные методы численного решения системы уравнений пороупругости [103; 120]. При использовании полностью неявных схем поиск решения на каждом шаге по времени для давления и компонент вектора перемещений скелета горной породы осуществляется путем решения единой системы линейных алгебраических уравнений. Неявные схемы являются безусловно устойчивыми, при этом сложны в реализации и требуют высоких вычислительных затрат. Альтернативный вариант — использование схем расщепления по физическим процессам. Расщепление системы уравнений пороупругости предполагает итерационную процедуру решения уравнений для давления и перемещений до достижения сходимости на каждом шаге по времени. Данные методы позволяют получить точное решение задачи, при этом является более гибкий и простым в реализации по сравнению с полностью неявными схемами. Однако, использование схем расщепления по физическим процессам не гарантирует безусловную сходимость численного решения.

Вопросам исследования устойчивости и сходимости методов расщепления системы уравнений пороупругости посвящен ряд работ [121–123]. Отметим четыре широко известные схемы расщепления, построенные на соображениях физического плана: расщепление «с перетоком» (drained split), «с фиксированными деформациями» (fixed-strain split), «без перетоков» (undrained split) и «с фиксированными напряжениями» (fixed-stress split). В результате анализа показано, что схемы «без перетоков» и «с фиксированными напряжениями» являются безусловно устойчивыми [122; 124].

В соответствии с рекомендациями, представленными в приведенных работах, для совместного решения системы уравнений пороупругости используется безусловно устойчивая схема расщепления системы уравнений «с фиксированными напряжениями» [122]. В рамках данной схемы в итерационном процессе сначала решается уравнение для давления при фиксированном («замороженном») поле полных напряжений. Затем полученные давления используются при нахождении решения для компонент вектора перемещений скелета горной породы [116; 117].

2.4.4 Численное решение системы уравнений двухфазной фильтрации, IMPES-метод

Численному моделированию многофазных фильтрационных потоков в пластовых системах посвящено множество работ. К фундаментальным трудам, в которых представлены основополагающие методы и подходы к численному моделированию, можно отнести [87; 91; 125]. Для численного решения системы уравнений двухфазной фильтрации использован стандартный метод неявного решения уравнений по давлению и явного по насыщенности (Implicit Pressure Explicit Saturation — IMPES). Основные идеи данного подхода состоят в следующем:

- Получение уравнения для давления (как правило выбирают давление нефтяной фазы P_o) путем комбинации уравнений фильтрации отдельных фаз;
- Основное допущение метода состоит в том, что значения всех членов уравнения, зависящих от насыщенности, берутся с предыдущего временном шаге n , т.е. проводимости и капиллярные давления определяются явно;
- Неявное решение уравнения для давления. В результате определяется распределение давления на $n + 1$ шаге;
- Явный расчет насыщенности (как правило используется водонасыщенность S_w) при использовании найденного распределения давления.

IMPES-метод прост в реализации и требует меньших вычислительных затрат по сравнению с полностью неявными методами. Однако явный расчет насыщенностей является относительно устойчивым, что накладывает ограничение на шаг по времени.

При численном моделировании многофазной фильтрации в трещиновато-пористых среда существенные ограничения на размер расчетного шага по времени накладывает малый объем и высокая проводимость трещин. В связи с этим использован improved IMPES-метод [125], в котором предполагается выполнение нескольких подшагов по насыщенности (с более мелким шагом по времени) без пересчета поля давления.

При моделировании двухфазной фильтрации в пороупругой среде сначала итерационно находится совместное решение для давления и вектора перемещений, затем проводится явный расчет насыщенности.

2.5 Тестирование программной реализации численных алгоритмов

На основе представленных выше подходов к численному моделированию был программно реализован вычислительный модуль для моделирования двухфазной фильтрации в деформируемой трещиновато-пористой среде. Тестирование разработанного модуля проведено на основе задач, имеющих известные аналитические решения и оценки, а также путем сопоставления полученных численных решений со сторонними вычислительными пакетами и данными, представленными в литературе.

Ниже приведен список некоторых задач, которые использовались для тестирования программной реализации вычислительных алгоритмов:

- Одномерная задача консолидации Терцаги [95] — классическая задача механики грунтов, описывающая процесс уплотнения водонасыщенного грунта под действием внешней нагрузки;
- Задача Манделя [126], где демонстрируется пример немонотонного поведения порового давления по времени при недренированном нагружении в условиях плоских деформаций;
- Задача Баклея-Леверетта [90] — одномерная задача о вытеснении нефти водой, имеющая аналитическое решение;
- Задача Кирша [127] — одна из классических задач теории упругости, рассматривающая напряженно-деформированное состояние бесконечной пластины с круговым отверстием;
- Сопоставление численных решений задачи о фильтрации однофазной жидкости фильтрации в трещиновато-пористой среде для систем трещин произвольного строения с решениями, полученными с помощью открытого вычислительного пакета PorePy [128];
- Сопоставление результатов моделирования фильтрации двухфазной жидкости в трещиноватой пористой среде при применении модели дискретных трещин с результатами, приведенными в [78];

- Контроль сходимости численного решения при измельчении расчетных сеток и временных шагов.

Точность, полученная при сопоставлении численных и аналитических решений, согласуется с результатами, полученными другими авторами [116; 117; 128; 129]. На основании тестирования сделан вывод о корректности программной реализации методов численного моделирования двухфазных фильтрационных процессов в деформируемой трещиновато-пористой среде.

2.6 Основные выводы к главе 2

В данной главе представлена математическая модель процесса двухфазной фильтрации в деформируемой трещиновато-пористой среде и подходы к численному моделированию. Разработан программный модуль для численного моделирования двухфазных фильтрационных потоков в деформируемых трещиновато-пористых средах на основе модели дискретных трещин. В вычислительном модуле реализована модель пороупругой трещиновато-пористой среды. Проведено тестирование разработанного вычислительного модуля. Вывод о корректной реализации вычислительных алгоритмов сделан на основе сопоставлении полученных результатов с известными аналитическими решениями и оценками, результатами сторонних вычислительных пакетов и данными, представленными в литературе.

Глава 3. Исследование особенностей геометрического строения систем трещин

В данной главе рассмотрены некоторые особенности геометрического строения трещиновато-пористых сред. Для проведения исследований использовались системы трещин, полученные путем множественной случайной генерации при заданных законах распределения трещин по длине, ориентации и пространству. На примере созданных вариантов систем трещин исследована их связность и особенности блочного строения трещиновато-пористых сред.

3.1 Основные характеристики системы трещин

Рассматривается некоторая конечная область трещиновато-пористой среды Ω . В Ω расположена система трещин, состоящая из трещин со случайным положением (координаты центра трещины x и y) и ориентацией (угол ψ). Плотность распределения трещин по длинам $f(l)$ задана нормированной на единицу степенной функцией вида [21]

$$f(l) = Al^{-a}, \quad (3.1)$$

где $l \in [l_{min}, l_{max}]$ – длина трещины, l_{min} и l_{max} – минимальная и максимальная длина трещин соответственно, a – показатель степени, A – нормировочная константа, такая что $\int_{l_{min}}^{l_{max}} f(l)dl = 1$.

При рассмотрении квадратной области с размером стороны L геометрические свойства системы трещин можно охарактеризовать концентрацией трещин n , поверхностной плотностью γ и параметром перколяции p (англ. the percolation parameter [49]), выражения для которых имеют вид:

$$n = \frac{n_f}{L^2}$$

$$\gamma = \frac{1}{L^2} \sum_{i=1}^{n_f} l'_i$$

$$p = \frac{1}{L^2} \sum_{i=1}^{n_f} l_i^2$$

где n_f – количество трещин, лежащих в области Ω , l'_i – длина сегмента i -ой трещины, находящегося в расчетной области.

Концентрация трещин определяет количество трещин, приходящееся на единицу площади. Поверхностная плотность трещин представляет собой отношение суммы длин трещин, лежащих в области Ω , к площади данной области. Параметр перколяции p является безразмерной величиной и характеризует степень связности системы трещин. Связность системы трещин возрастает с ростом величины p . При этом важной характеристикой системы трещин является пороговое (критическое) значение $p = p_c$ (порог протекания), при котором в системе образуется перколяционный кластер. Так, при рассмотрении бесконечной двумерной области $p_c = 5.6$ [49; 130]. При рассмотрении трещиноватых сред в области конечного размера (например, порядка расстояния между скважинами) существование перколяционного кластера вблизи порога протекания носит вероятностный характер (зависит от конкретной реализации системы трещин), поэтому строго определенного значения p_c в этом случае не существует. Образование перколяционного кластера в данном случае наблюдается в некоторой критической области вблизи p_c .

3.2 Алгоритм генерации системы трещин

Рассмотрим алгоритм случайной генерации систем трещин и принятые в нем ограничения. Несмотря на то, что модель дискретных трещин позволяет наиболее точно описать геометрию системы трещин, ее использование осложняется высокими вычислительными затратами, связанными с необходимостью построения детальных расчетных сеток. При этом варианты системы трещин, полученные при случайной генерации, могут обладать геометрией, требующей чрезмерного измельчения расчетной сетки [62]. В связи с этим на процесс генерации системы трещин были наложены следующие ограничения:

1. Задано минимальное расстояние между точками пересечения трещин d_{min} : точки пересечения трещин должны находиться на расстоянии более d_{min} друг от друга;
2. Задан минимальный угол пересечения трещин ψ_{min} ;

3. Задано минимальное расстояние между непересекающимися трещинами d_{min} : трещины либо пересекаются, либо лежат на достаточном расстоянии (более d_{min}) друг от друга;
4. Предыдущие ограничения относятся и к пересечениям трещин с границей расчетной области;
5. В процессе генерации системы трещин отсекаются «кончики» трещин малой длины (менее d_{min}), образовавшиеся при пересечении трещин (в силу их слабого влияния на фильтрационные потоки).

Выполнение данных ограничений на этапе генерации системы трещин позволяет избежать последующих сложностей при построении расчетных сеток (гарантирует отсутствие расчетных ячеек экстремально малых размеров) и численном моделировании фильтрационных процессов (увеличение времени расчета, проблемы со сходимостью и устойчивостью численного решения).

Ниже представлены основные шаги алгоритма генерации системы трещин:

1. Случайным образом генерируется набор длин трещин при условии, что плотность их распределения подчиняется степенному закону (3.1);
2. Для каждой трещины случайным образом (равномерное распределение) выбирается ее ориентация ($-\pi/2 \leq \psi \leq \pi/2$);
3. Последовательно для каждой трещины случайным образом (равномерное распределение) выбирается положение центра трещины в рассматриваемой области ($0 \leq x \leq L; 0 \leq y \leq L$). Если выбранное положение трещины удовлетворяет всем описанным выше ограничениям, то трещина размещается в область. В противном случае для текущей трещины случайным образом выбирается новое положение (пока не будут выполнены все ограничения). При этом для ускорения процедуры генерации трещины размещаются в расчетной области в порядке уменьшения их длины;
4. После того как все трещины успешно размещены, отсекаются сегменты трещин находящиеся вне рассматриваемой области Ω .

С помощью представленного алгоритма с введенными ограничениями был сгенерирован набор систем трещин, используемый в дальнейших исследованиях.

3.3 Примеры сгенерированных систем трещин

Для исследования влияния трещиноватости на особенности и закономерности фильтрационных потоков были рассмотрены системы трещин с различными показателями степени a в степенном законе (3.1) и количеством трещин в системе n_f (концентрацией трещин n). Показатель степени в законе распределения принимал значения $a = 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$ и 3.5 , количество трещин в системе $n_f = 50, 100, 150$ и 200 . Для каждой пары значений параметров a и n_f было создано 40 реализаций систем трещин. Таким образом, всего в работе рассмотрено $N = 5 \cdot 4 \cdot 40 = 800$ вариантов систем трещин. Размер стороны расчетной области L задавался равным 250 м, что соответствует характерному расстоянию между скважинами при разработке нефтяных пластов. Для всех вариантов выбраны значения $l_{max} = 2L = 500$ м, $l_{min} = 0.06L = 15$ м. При генерации систем трещин использованы значения $d_{min} = 5$ м, $\psi_{min} = 20^\circ$. Для созданных вариантов систем трещин поверхностная плотность и параметр перколяции находятся в следующих интервалах: $\gamma \in (0.016; 0.202)$, $p \in (0.4; 26.2)$.

На рис. 3.1 приведены некоторые примеры сгенерированных систем трещин для каждой из пар параметров (n_f, a) , а также соответствующие им значения γ и p . Видно, что по мере уменьшения a увеличивается характерная длина трещин, возрастает их связность. В частности, при $a = 3.5$ в области преобладают трещины малой длины изолированные друг от друга, тогда как при $a = 1.5$ большинство трещин образует связный кластер. Таким образом, полученные в результате случайной генерации варианты систем трещин имеют принципиально различную структуру: от слабосвязной до сильносвязной.

3.4 Исследование связности систем трещин методами теории перколяции

Простейшая задача теории перколяции рассматривает связь между противоположными границами расчетной области, в то время как в задачах связанных с разработкой нефтяных пластов интерес может представлять рассмотрение взаимосвязи скважин [131; 132]. Так, вертикальные скважины в

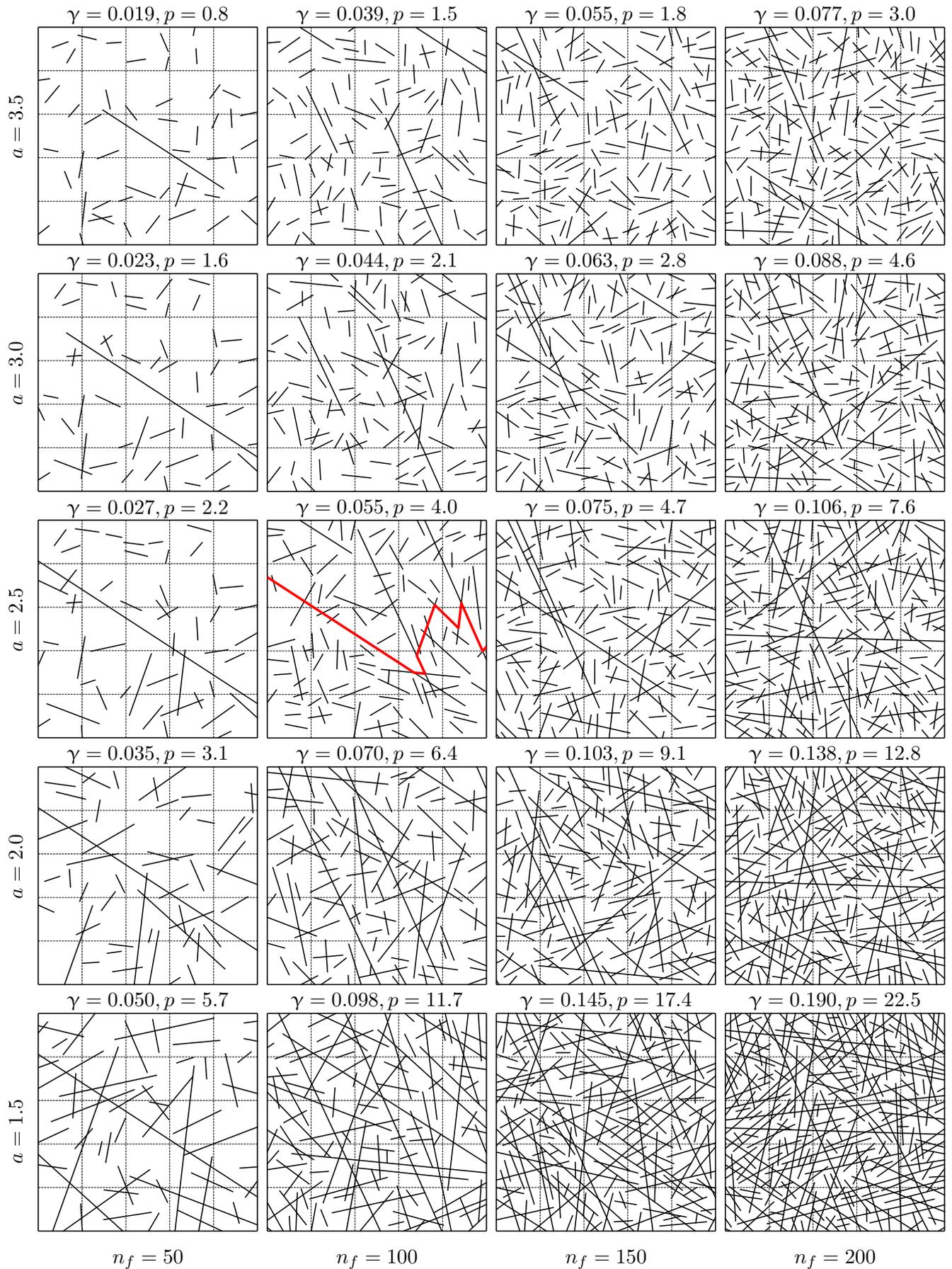


Рисунок 3.1 — Примеры вариантов сгенерированных систем трещин с различными показателями a в законе распределения трещин по длинам (строки) и количеством трещин в системе n_f (столбцы). Для каждой системы трещин приведены поверхностная плотность системы трещин γ и параметр перколяции p

двумерном площадном случае рассматриваются как точечные источники и стоки, в то время как границы расчетной области представляют собой линии. В связи с этим интерес представляет изучение влияния структуры системы трещин на особенности фильтрационных процессов для источников и стоков различного вида.

Под перколяцией будем понимать наличие связи между источником и стоком по системе трещин. В таком случае существует как минимум один путь от источника к стоку по системе трещин. При этом набор трещин, связывающий источник и сток, образует перколяционный кластер. На примере задач о фильтрации между границами расчетной области и между точечным источником и стоком рассмотрено влияние структуры системы трещин на вероятность наличия связи между источником и стоком по системе трещин (вероятность возникновения перколяционного кластера).

3.4.1 Связь линейного источника и стока (границ расчетной области)

Рассмотрим связь (по системе трещин) противоположных границ расчетной области Γ_w и Γ_e (рис. 3.2), которые выступают в качестве линейного источника и стока. Для рассматриваемого набора систем трещин в 357 случаях возникает перколяционный кластер и в 443 случаях противоположные границы не связаны. На рис. 3.3 в виде гистограммы приведена зависимость вероятности возникновения перколяционного кластера от параметра перколяции p . Из рисунка видно, что при рассмотрении области конечного размера в некотором интервале значений p (критическая область) появление перколяционного кластера является случайным событием. Вероятность появления перколяционного кластера аппроксимирована функцией следующего вида:

$$S(p) = \frac{1}{1 + e^{-\varepsilon(p-p_c)}}, \quad (3.2)$$

где p_c — порог протекания, параметр ε определяет ширину критической области. Для конечной системы порогу протекания p_c соответствует значение, при котором вероятность возникновения перколяционного кластера $S(p) = 0.5$, т.е.

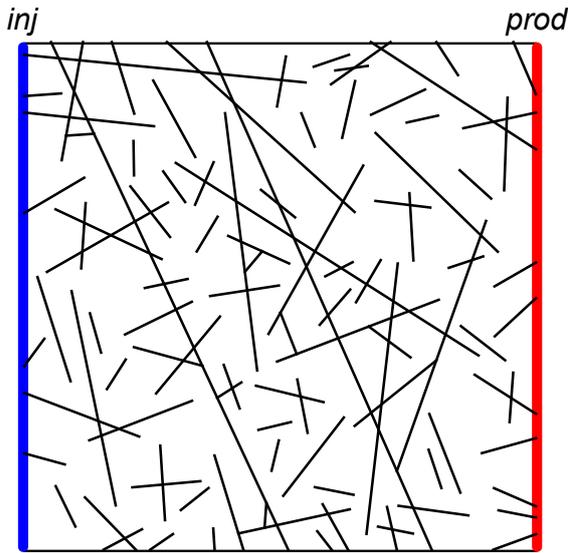


Рисунок 3.2 — Схематическое представление расчетной области, где *inj* и *prod* обозначают источник и сток соответственно

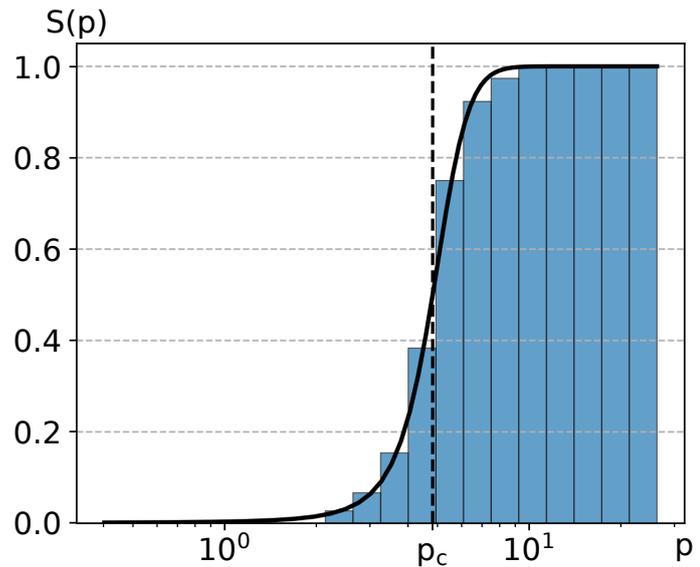


Рисунок 3.3 — Зависимость вероятности возникновения перколяционного кластера от величины параметра перколяции p . Порог протекания $p_c = 4.8$

при $p = p_c$ с вероятностью 0.5 источник и сток оказываются связаны по системе трещин.

В результате аппроксимации зависимости вероятности возникновения перколяционного кластера от параметра перколяции методом наименьших квадратов с помощью формулы (3.2) получено значение $p_c = 4.8$. Для оценки качества аппроксимации использована средняя абсолютная ошибка $mae = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\hat{y}_i - y_i|$, где \hat{y}_i — результат аппроксимации, y_i — истинное значение. Полученное значение $mae = 0.1$ свидетельствует об удовлетворительном качестве аппроксимации.

3.4.2 Связь точечного источника и стока (добывающей и нагнетательной скважины)

Рассмотрена связь между вертикальными нагнетательной (*inj*) и добывающей (*prod*) скважинами, которые рассматриваются как точечный источник и сток (рис. 3.4). Скважины расположены симметрично относительно центра расчетной области. Координаты скважин выбраны таким образом, чтобы расстояние между источником и стоком было равно L .

Особенностью рассматриваемой двумерной постановки является близкая к нулю вероятность связи скважины с системой трещин, так как в масштабе рассматриваемой задачи трещины представляют собой линии, а скважины — точки. Для того чтобы учесть связь между скважинами и системой трещин в двумерной постановке введен «радиус влияния» r [34] который схематично представлен на рис. 3.4 в виде области вокруг скважины. Если на расстоянии r от скважины находятся трещины, то скважина сдвигается к ближайшей из них. В противном случае скважина оказывается напрямую не связана с системой трещин.

Для каждого варианта системы трещин исследовано наличие связи между скважинами при $r = 5$ м. Для рассматриваемого набора систем трещин перколяционный кластер возникает только в 143 случаях, в остальных 657 случаях связи между источником и стоком по системе трещин не наблюдалось. На рис. 3.5 приведена зависимость вероятности возникновения перколяционного кластера от величины параметра перколяции для точечного источника и стока, которая также аппроксимирована функцией (3.2). В результате аппроксимации получено значение $p_c = 12.4$, которое примерно в 2.6 раза больше аналогичного значения для случая связи границ расчетной области, что обусловлено меньшей вероятностью связи точечного источника и стока с системой трещин. Таким образом, наличие связи между скважинами по системе трещин наблюдается только для наиболее развитых систем трещин из рассматриваемого набора.

3.5 Исследование блочной структуры трещиновато-пористой среды

Трещины, простирающиеся в различных направлениях, ограничивают некоторые объемы пористой среды, которые называют пористыми (матричными) блоками. Под блоком понимается некоторый объем пористой среды, обособленный от других таких объемов трещинами. При этом каждый такой блок оказывается напрямую гидродинамически не связан с соседними блоками. Обычно трещиновато-пористые среды идеализировано представляют в виде упорядоченной системы блоков и трещин. При этом определяющими параметрами блоков, влияющими на особенности фильтрационных процессов, является их геометрические размеры.

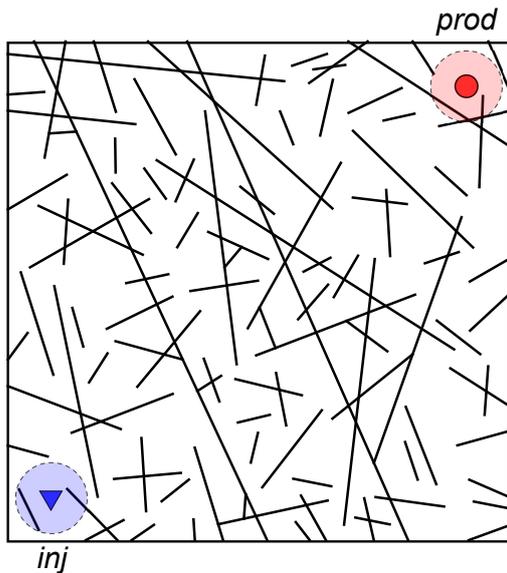


Рисунок 3.4 — Схематическое представление расчетной области с расположенными в ней добывающей (*prod*) и нагнетательной (*inj*) скважинами

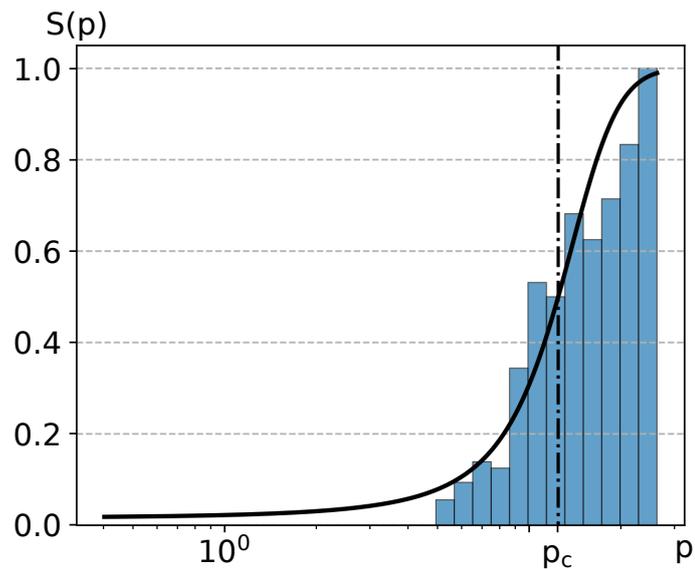


Рисунок 3.5 — Зависимость вероятности возникновения перколяционного кластера от величины параметра перколяции p . Порог протекания $p_c = 12.4$

Рассмотрим особенности строения трещиновато-пористых сред на примере сгенерированных систем трещин, представленных на рис. 3.1. Из рисунка видно, что при малых значениях параметра перколяции трещины не образуют блоки пористой среды. Напротив, при больших значениях p трещины образуют связную сеть, разделяющую пористую среду на блоки. Таким образом, при увеличении параметра перколяции структура трещиновато-пористой среды стремится к блочной.

Матричные блоки для рассматриваемых вариантов систем трещин имеют неправильную форму, в то время как при моделировании трещиновато-пористых сред блоки, как правило, рассматривают в виде простейших геометрических тел (квадрат, прямоугольник). При этом описание геометрических параметров таких блоков сводится к определению их характерных размеров. Характерный размер i -го блока можно оценить, как

$$L_{m,i} = \sqrt{S_i}$$

где S_i — площадь i -го матричного блока, определяемая из геометрического строения системы трещин. На рис. 3.6 в качестве примера приведена гистограмма распределения блоков по размерам для одной из систем трещин при $a = 1.5$.

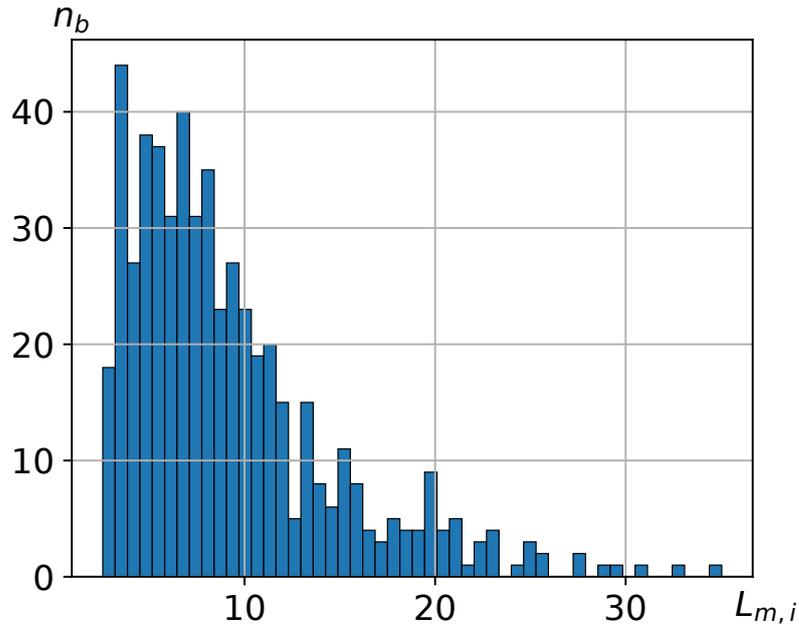


Рисунок 3.6 — Пример распределения блоков пористой среды по размерам при $a = 1.5$, $n_f = 200$ для одного из вариантов системы трещин

Видно, что распределение блоков по размерам наиболее близко к лонгнормальному распределению. При этом небольшое число блоков малого размера связано с ограничениями, наложенными на процесс генерации системы трещин (минимальное расстояние между точками пересечения трещин d_{min}).

Отметим, что основной объем нефти в трещиновато-пористых коллекторах сосредоточен в матричных блоках, извлечение нефти из которых происходит за счет массообмена с системой трещин. При этом размер блоков определяющим образом влияет на темпы извлечения нефти из трещиновато-пористых коллекторов. Для корректной оценки среднего характерного размера блока L_m использовалось среднее арифметическое взвешенное [133]:

$$L_m = \frac{\sum_{i=1}^{n_b} L_{m,i} S_i}{\sum_{i=1}^{n_b} S_i} = \frac{1}{L^2} \sum_{i=1}^{n_b} L_{m,i} S_i, \quad (3.3)$$

где n_b — общее количество блоков в среде. В качестве весового коэффициента для характерного размера i -го блока использована его площадь S_i . Использование среднего арифметического взвешенного позволяет избежать сильного влияния блоков малого размера и получить устойчивую оценку величины L_m .

На рис. 3.7 в логарифмических координатах приведена зависимость отношения среднего характерного размера блока пористой среды L_m к размеру расчетной области L от величины параметра перколяции p при различных показателях степени a в законе распределения. При малых значениях параметра

перколяции $p < 2.7$ из (3.3) получены значения $L_m \approx L$. Это означает, что система трещин или не образует блоки, или образует единичные блоки малого размера, т.е. трещины могут рассматриваться как «включения» в пористую среду. При $p > 2.7$ зависимость среднего характерного размера блока от параметра перколяции в логарифмических координатах близка к линейной, что свидетельствует о ее степенном характере. Исходя из этого, для аппроксимации зависимости L_m/L от p при $L_m < L$ была выбрана степенная функция следующего вида:

$$\frac{L_m}{L} = Bp^{-b} \quad (3.4)$$

В результате аппроксимации получены следующие коэффициенты: $B = 3.54$, $b = 1.25$. Для оценки качества аппроксимации использована средняя относительная ошибка $mare = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|\hat{y}_i - y_i|}{|y_i|} = 0.11$, где \hat{y}_i — результат аппроксимации, y_i — истинное значение.

Исходя из полученной аппроксимации при $p = p_c$, характерный размер блока $L_m \approx L/2$. Данное значение согласуется с представлением о пороге перколяции и поддается простой геометрической интерпретации: расчетную область пересекают две взаимно перпендикулярные трещины, расположенные в центре расчетной области. В дальнейшем блочное строение трещиновато-пористых сред будет рассматриваться только при $p > p_c$.

3.6 Основные результаты главы 3

В данной главе исследованы особенности геометрического строения систем трещин, полученных путем множественной случайной генерации. Трещины имели случайное положение и ориентацию, распределение трещин по длинам подчинялось степенному закону. Исследовано влияние структуры системы трещин на вероятность связи источника и стока различной формы, получены соответствующие значения порога протекания. Рассмотрены особенности блочного строения трещиновато-пористых сред. Показано, что зависимость среднего характерного размера блока от параметра перколяции имеет степенной характер.

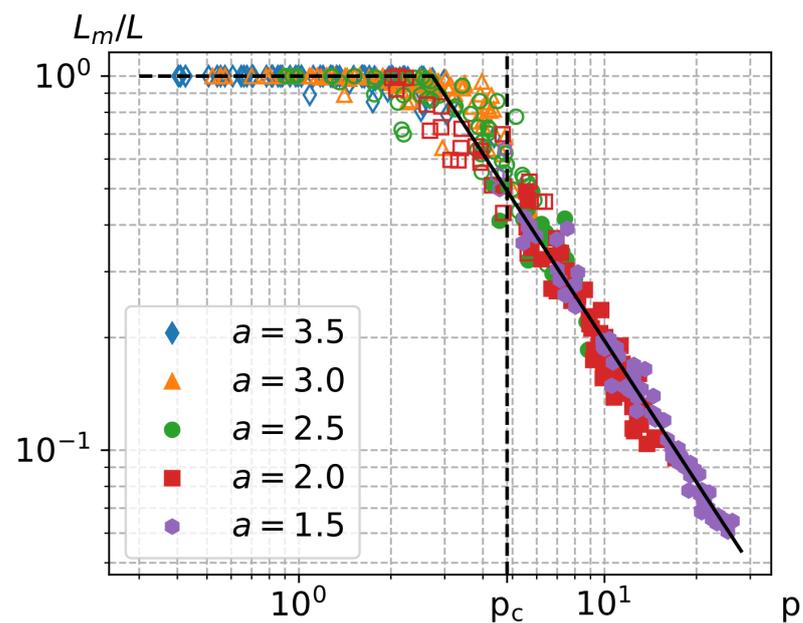


Рисунок 3.7 — Зависимость отношения L_m/L от параметра перколяции p при различных показателях степени a и ее аппроксимация. Закрашенные маркеры соответствуют наличию перколяционного кластера, полые — отсутствию перколяционного кластера

Глава 4. Численное исследование эквивалентной проницаемости трещиновато-пористых сред при фильтрации однофазной жидкости

В данной главе рассмотрена задача об фильтрации однофазной жидкости в деформируемой трещиновато-пористой среде. Численные исследования выполнены для вариантов систем трещин, полученных путем множественной случайной генерации. Исследована зависимость эквивалентной проницаемости трещиновато-пористых сред от их напряженно-деформированного состояния и структуры системы трещин. Проведен анализ зависимости коэффициента вариации эквивалентной проницаемости от величины параметра перколяции, характеризующего структуру системы трещин. Рассмотрена задача о фильтрации между вертикальными добывающей и нагнетательной скважинами.

4.1 Эквивалентная проницаемость

Важным вопросом при изучении влияния трещиноватости на фильтрационные свойства горных пород является исследование зависимости эквивалентной проницаемости среды от структуры системы трещин и напряженно-деформированного состояния среды. Эквивалентная абсолютная проницаемость трещиновато-пористой среды k_{eq} может быть найдена из уравнения Дарси при заданном перепаде давления между источником и стоком ΔP и известном удельном расходе однофазной жидкости q при установившемся потоке:

$$q = \frac{k_{eq} \Delta P}{\mu_l L}$$

откуда

$$k_{eq} = \frac{q \mu_l L}{\Delta P} \quad (4.1)$$

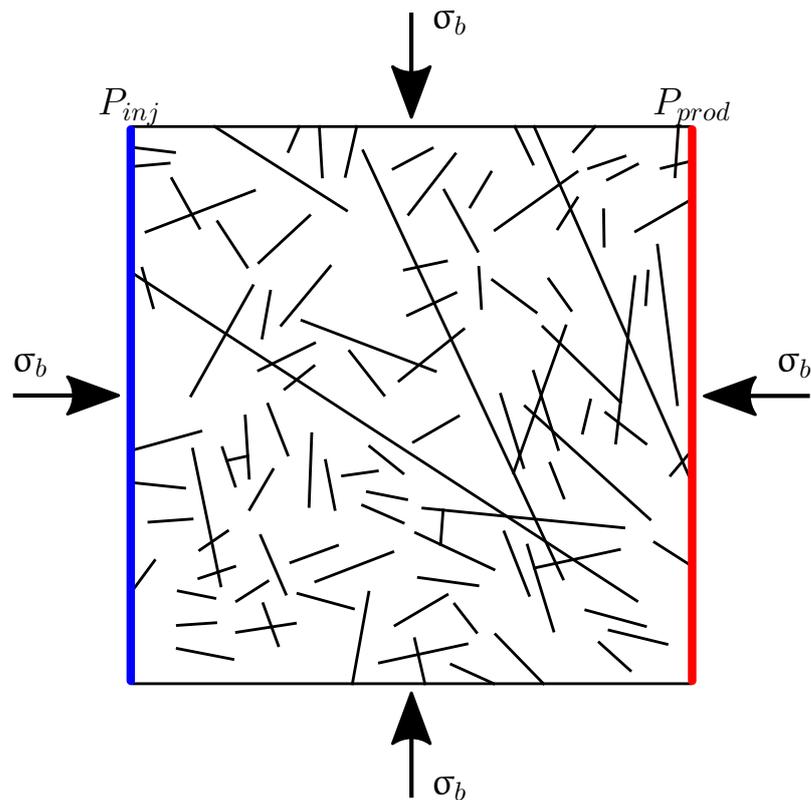


Рисунок 4.1 — Схематическое представление задачи

4.2 Постановка задачи

Исследуем зависимости эквивалентной проницаемости трещиновато-пористых сред от их напряженно-деформированного состояния и параметров, характеризующих структуру системы трещин. Для каждого созданного варианта системы трещин численно решалась задача о фильтрации однофазной жидкости между границами расчетной области Γ_w и Γ_e при заданном условии непротекания на границах Γ_n и Γ_s (см. рис. 4.1). Деформируемая трещиновато-пористая среда находилась под воздействием внешних сжимающих напряжений σ_b . Для расчет эквивалентной проницаемости в (4.1) использованы полученные из численного решения расходы жидкости на границах расчетной области.

В данной серии расчетов использовались следующие значения параметров горной породы и насыщающей ее жидкости: пористость матрицы $\varphi^m = 0.1$, проницаемость матрицы $k^m = 1 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$, раскрытие трещин в недеформированном состоянии $\delta_0 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$, модуль Юнга $E = 2 \cdot 10^4 \text{ МПа}$, коэффициент Пуассона $\nu = 0.2$, объемный модуль материала зерен $K_s = 2.7 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, нормальная жесткость трещин $k_n = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа/м}$, сдвиговая жесткость трещин

$k_s = 1 \cdot 10^5$ МПа/м, коэффициент Био матрицы $b^m = 1.0$, коэффициент сжимаемости жидкости $C_l = 3.7 \cdot 10^{-4}$ МПа $^{-1}$, вязкость жидкости $\mu_l = 1.0$ МПа \cdot с.

Проницаемость трещин k^f зависит от их раскрытия, определяемого напряженно-деформированным состоянием среды. В данной серии расчетов использована линейная модель деформационных свойств трещин $k_n = const$, т.е. $\sigma'_n = k_n u_n$. Зависимостью проницаемости пористой среды от ее напряженно-деформированного состояния можно пренебречь по сравнению с аналогичной зависимостью для трещин. Для трещин всех размеров использовано одинаковое значение раскрытия δ_0 . Отношение проницаемостей трещин и пористой матрицы при $\delta = \delta_0$ составляет $k^f/k^m \approx 10^4$.

4.3 Исследование зависимости эквивалентной проницаемости от параметров трещиновато-пористой среды

Сперва рассмотрим влияние структуры трещиноватой среды на ее эквивалентную проницаемость при фиксированном раскрытии трещин δ_{init} , которое соответствует начальному напряженно-деформированному состоянию среды при величине внешней нагрузки $\sigma_b = 15$ МПа. В этом случае для определения эквивалентной проницаемости среды может быть выбран произвольный перепад давления. Для расчетов использовано значение $\Delta P = 5$ МПа. Все значения давлений и напряжений отсчитываются от величины начального давления P_{init} .

На рис. 4.2 приведена зависимость k_{eq}/k^m от поверхностной плотности системы трещин γ в полулогарифмических координатах при различных значениях a . Закрашенные маркеры соответствуют высокопроницаемым средам с трещинами, образующими перколяционный кластер. Можно видеть, что при слабой связности системы трещин и отсутствии перколяционного кластера наблюдается низкая эквивалентная проницаемость среды, данные варианты обозначены полыми маркерами. Таким образом, при рассматриваемых значениях проницаемостей $k^f \gg k^m$ возникновение перколяционного кластера оказывает определяющее влияние на эквивалентную проницаемость трещиновато-пористой среды. Видно, что расчетные значения можно разделить на два «облака» точек. Область между «облаками», в которой расчетные точки отсутствуют, связана с перколяционным переходом, а ее наличие объясняется

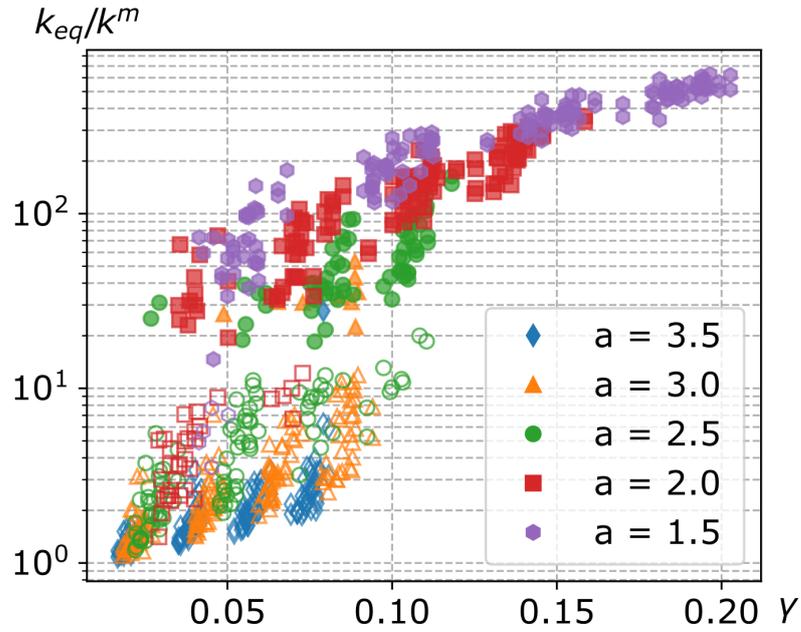


Рисунок 4.2 — Зависимость отношения k_{eq}/k^m от поверхностной плотности системы трещин γ при различных показателях степени a . Закрашенные маркеры соответствуют наличию в области перколяционного кластера, полые — его отсутствию

использованием в алгоритме генерации системы трещин ограничения на минимальное расстояние между непересекающимися трещинами d_{min} .

Для анализа поведения эквивалентной проницаемости вблизи порога протекания рассмотрим идеализированную трещиновато-пористую среду, состоящую из набора параллельных трещин равной длины l_{\parallel} , расположенных на одинаковом друг от друга расстоянии и ориентированных по направлению потока. При этом, если длина трещин превосходит размеры расчетной области $l_{\parallel} \geq L$, то проницаемость среды может быть определена как среднее арифметическое взвешенное проницаемостей пористой среды и трещин:

$$k_{\parallel}^I = k^m \left(1 - \frac{\delta n_f}{L}\right) + k^f \frac{\delta n_f}{L} \quad (4.2)$$

В противном случае, если длина трещин в системе меньше размеров расчетной области $l_{\parallel} < L$, то для оценки проницаемости используется среднее гармоническое взвешенное проницаемостей модельной трещиновато-пористой среды (4.2) и матрицы горной породы:

$$k_{\parallel}^{II} = \frac{k^m k_{\parallel}^I}{\frac{l_{\parallel}}{L} k_m + \left(1 - \frac{l_{\parallel}}{L}\right) k_{\parallel}^I} \quad (4.3)$$

Отношение l_{\parallel}/L имеет смысл доли расчетной области занятой трещинами. Как следует из (4.3) при $k^m \ll k^f$ матрица горной породы ограничивает величину фильтрационных потоков. В то же время при $l_{\parallel} \rightarrow L$ проницаемость расчетной области быстро возрастает до величины k_{\parallel}^f , которая определяется преимущественно величиной k^f . Таким образом, поведение эквивалентной проницаемости вблизи порога перколяции носит непрерывный характер.

Из рис. 4.2 также следует, что при близких значениях поверхностной плотности трещин γ могут иметь место существенно различные значения эквивалентной проницаемости. Для примера рассмотрим величины эквивалентной проницаемости для приведенных на рис. 3.1 систем трещин с близкими значениями γ . Так, для вариантов ($a = 1.5, n_f = 50$), ($a = 2.5, n_f = 100$) и ($a = 3.5, n_f = 150$) эквивалентная проницаемость составляет $k_{eq} = 70.5, 18.9$ и $1.91 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$ соответственно. Отличие проницаемостей между вариантами при достаточно близких значениях $\gamma \in [0.05, 0.055]$ может достигать 37 раз. Поэтому в данном случае не представляется возможным построение функциональной зависимости между поверхностной плотностью системы трещин и эквивалентной проницаемостью среды. Таким образом, можно сделать вывод о том, что при выбранном степенном законе распределения трещин по длинам плотность системы трещин не может охарактеризовать ключевые фильтрационные параметры трещиновато-пористой среды.

Далее рассмотрим приведенную на рис. 4.3 зависимость k_{eq}/k^m от параметра перколяции p . Видно, что на данной зависимости можно выделить два участка с разным характером функциональной зависимости $k_{eq}(p)$: до порога протекания ($0 \leq p < p_c$) и после него ($p \geq p_c$). На первом участке, при малых значениях параметра перколяции, величина эквивалентной проницаемости определяется проницаемостью пористой среды: в этой области трещины изолированы друг от друга матрицей горной породы. Затем, по мере увеличения параметра p и его приближения к порогу перколяции, наблюдается рост проницаемости, вызванный увеличением степени связности системы трещин. На втором участке развитая система трещин образует перколяционный кластер, который оказывает определяющее влияние на поток жидкости. Трещины в таком случае выступают в роли «магистральных каналов» для фильтрационных потоков.

Учитывая вышеизложенное, аппроксимация эквивалентной проницаемости $k_{eq}(p)$ проведена с помощью непрерывной кусочно-заданной функции,

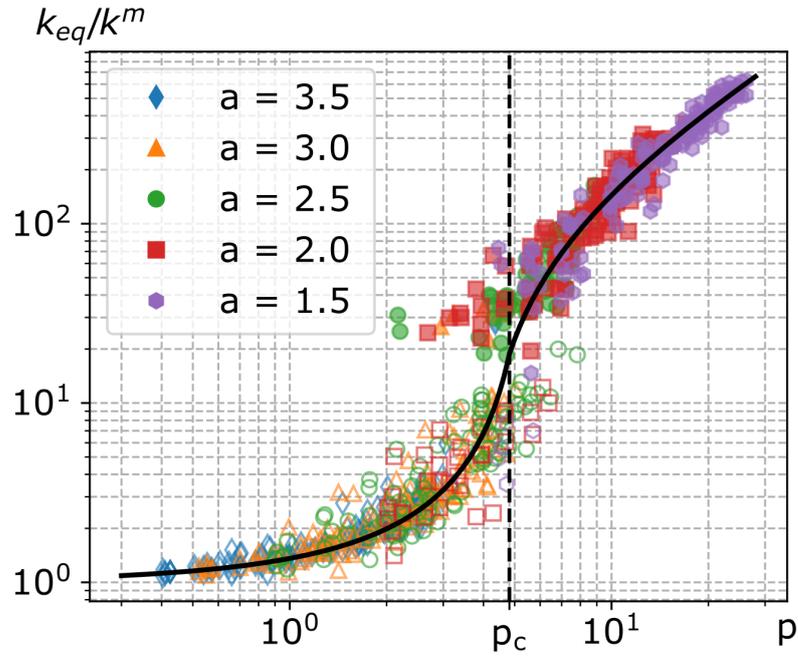


Рисунок 4.3 — Зависимость отношения k_{eq}/k^m от параметра перколяции p при различных показателях степени a и ее аппроксимация (сплошная линия). Закрашенные маркеры соответствуют наличию перколяционного кластера, полые — отсутствию перколяционного кластера

учитывающей особенности структуры системы трещин. При $p \leq p_c$ для аппроксимации эквивалентной проницаемости используется среднее гармоническое взвешенное, определяемое формулой (4.3), где в качестве доли расчетной области занятой трещинами l_{\parallel}/L использована величина $p/p_c \in [0; 1]$. Также учитывался предложенный в [134] степенной характер зависимости эквивалентной проницаемости от параметра перколяции. Кроме того, аппроксимирующая функция должна удовлетворять следующим условиям: $k_{eq} = k^m$ при $p = 0$ и $k_{eq} = k_c$ при $p = p_c$, где k_c — проницаемость трещиновато-пористой среды на пороге перколяции. Таким образом, для аппроксимации эквивалентной проницаемости трещиновато-пористой среды при $p \leq p_c$ выбрана функция в виде:

$$k_{eq} = \left(\frac{(k^m)^{1/\alpha} (k_c)^{1/\alpha}}{\frac{p}{p_c} (k^m)^{1/\alpha} + \left(1 - \frac{p}{p_c}\right) (k_c)^{1/\alpha}} \right)^{\alpha} \quad (4.4)$$

Известно, что поведение проницаемости системы трещин выше порога перколяции имеет степенной характер [43; 52]. Поэтому при $p \geq p_c$ использована степенная функция в виде:

$$k_{eq} = k_c (p - p_c + 1)^{\beta}, \quad (4.5)$$

где $k_{eq} = k_c$ при $p = p_c$.

Таким образом, выражения (4.4) и (4.5) определяют непрерывную кусочно-заданную функцию с настраиваемыми параметрами: α, k_c, β . Аппроксимация результатов численного моделирования приведен на рис. 4.3. Для численной оценки качества аппроксимации использована средняя относительная ошибка $mare = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|\hat{y}_i - y_i|}{|y_i|} = 0.2$. Полученное качество аппроксимации является удовлетворительным в условиях того, что вблизи p_c эквивалентные проницаемости сред при близких значениях параметра перколяции могут отличаться на порядок.

В результате аппроксимации для параметров α и β получены значения 1.6 и 1.11 соответственно. При этом значение β хорошо согласуется с данными, приведенными в литературе $\beta \approx 1.1$ [52]. Для оценки величины k_c воспользуемся следующими соображениями: вблизи порога протекания существует единственный путь по системе трещин, связывающий противоположные границы расчетной области, который при $k^m \ll k^f$ определяет фильтрационные свойства среды. Тогда, согласно (4.2) эквивалентная проницаемость вблизи порога перколяции k_c может быть оценена как $k_{\parallel}^I = 26.6 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$ при $n_f = 1$. Полученное при аппроксимации результатов численного моделирования значение $k_c = 18.8 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$ несколько ниже аналитической оценки, что может быть объяснено извилистостью системы трещин, связывающей противоположные границы области. Например, на рис. 3.1 ($a = 2.5, n_f = 100$) красной линией выделен обладающий извилистостью кратчайший путь по системе трещин между левой и правой границами расчетной области.

В частном случае при $k^m/k_c \rightarrow 0$ формула (4.4) может быть сведена к виду [134]:

$$k_{eq} = k^m \left(\frac{p_c}{p_c - p} \right)^\alpha$$

Также формула (4.4) учитывает предельный случай непроницаемой матрицы горной породы $k^m = 0$. В этом случае величина $k_{eq} = 0$ при $p < p_c$ и изменяется скачком до значения k_c при $p = p_c$.

4.4 Анализ коэффициента вариации эквивалентной проницаемости

Из рис. 4.3 видно, что наибольшая неопределенность значений эквивалентной проницаемости имеет место вблизи порога перколяции p_c . При этом по мере удаления от p_c расчетные точки приближаются к своему среднему значению. Интерес представляет исследование поведения отклонения эквивалентной проницаемости относительно ее среднего значения. Данное исследование позволит оценить надежность получаемых с помощью аппроксимации (4.4, 4.5) значений эквивалентной проницаемости для различных величин параметра перколяции.

Для оценки степени отклонения расчетных значений эквивалентной проницаемости относительно их среднего значения использован коэффициент вариации

$$CV_k = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (k_{eq,j} - \bar{k}_{eq})^2}}{\bar{k}_{eq}}, \quad (4.6)$$

где \bar{k}_{eq} — среднее значение эквивалентной проницаемости. Малым значениям коэффициента вариации соответствуют области устойчивых значений эквивалентной проницаемости. С помощью метода скользящего окна была получена зависимость коэффициента вариации эквивалентной проницаемости от параметра перколяции. Данная зависимость приведена на рис. 4.4.

Из рис. 4.4 видно, что минимальные значения коэффициента вариации наблюдаются при значениях параметра перколяции близких к нулю. Случайность при генерации системы трещин здесь не приводит к существенному разбросу проницаемостей: для всех вариантов реализуются близкие по своей структуре и свойствам слаборазвитые системы трещин. Затем, по мере увеличения p , значение CV_k возрастает и достигает максимум при приближении к порогу перколяции. В данной области, в результате случайной генерации, могут иметь место варианты систем трещин существенно отличающиеся по своей структуре: появление перколяционного кластера здесь имеет случайный характер. При этом максимальные значения CV_k связаны с появлениями перколяционного кластера при $p < p_c$. После порога перколяции (при $p > p_c$) наблюдается постепенное уменьшение значений CV_k , которое связано с увеличением связности систем трещин. Сильно связанные системы трещин имеют принципиально схожее строение: большинство трещин включено в перколяционный кластер.

Для таких систем трещин геометрические параметры отдельно взятой трещины (длина, положение, ориентация) перестают играть определяющую роль.

Важным понятием при моделировании фильтрационных процессов в трещиновато-пористых средах является представительный объем среды. В данном случае под представительным объемом понимается такой размер области, при достижении которого флуктуации фильтрационно-емкостных параметров становятся малы, что позволяет использовать приближение механики сплошных сред. Однако, встречаются ситуации, когда представительный объем среды на рассматриваемом масштабе не достигается (например, на масштабе межскважинного расстояния), что накладывает ограничение на применимость континуальных моделей. По этой причине оценка величины представительного объема среды является необходимым шагом при выборе подходов к моделированию фильтрационных процессов в трещиновато-пористых средах. Для определения величины представительного объема трещиновато-пористой среды может быть использован, в частности, коэффициент вариации эквивалентной проницаемости CV_k [68; 70].

В настоящей работе величина коэффициента вариации использована для определения интервалов параметра перколяции (вариантов систем трещин) для которых рассматриваемая расчетная область является представительным объемом. Для оценки представительности в качестве порогового значения выбрано $CV_k = 0.2$ [70; 135]. На рис. 4.4 условию $CV_k < 0.2$ удовлетворяют 2 интервала, закрашенные зеленым: $0 < p < 1.3$ и $p > 14.0$. Для систем трещин, относящихся к данным интервалам параметра перколяции, объем рассматриваемой расчетной области является представительным.

Так как для первого интервала ($0 < p < 1.3$) системы трещин преимущественно состоят из изолированных друг от друга трещин, которые не вносят существенный вклад в фильтрационные свойства среды, то трещиноватость здесь может быть учтена путем модификации абсолютной проницаемости пористой среды. Для второго интервала параметра перколяции ($p > 14.0$) характерно определяющее влияние сильно связанных систем трещин на проницаемость среды. Трещины здесь могут быть модельно представлены в виде упорядоченной системы трещин простирающейся через всю расчетную область. В то же время на отрезке $1.3 \leq p \leq 14.0$ устойчивых значений эквивалентной проницаемости не наблюдается — рассматриваемая расчетная область оказывается меньше представительного объема. Здесь для точного моделирования

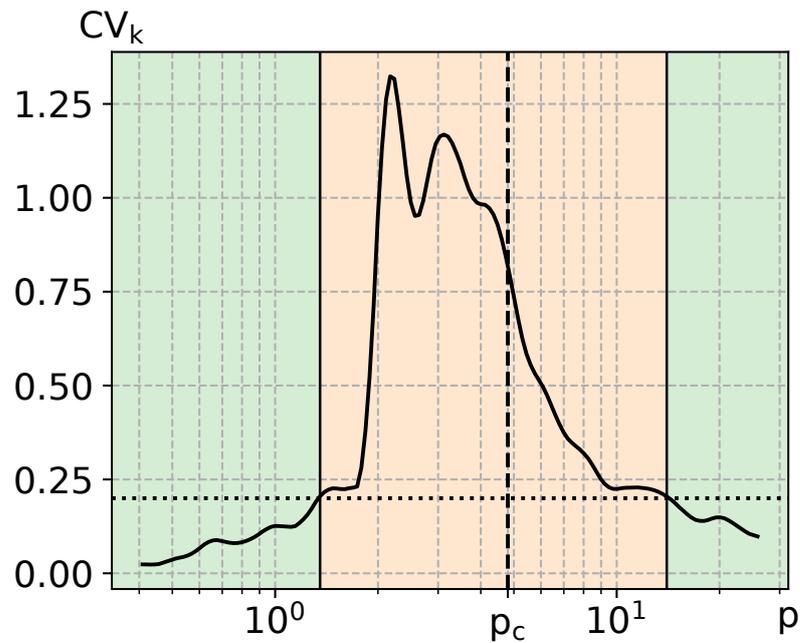


Рисунок 4.4 — Зависимость коэффициента вариации эквивалентной проницаемости CV_k от параметра перколяции p . Горизонтальная пунктирная линия соответствует значению $CV_k = 0.2$. Зеленые области соответствуют коэффициенту вариации $CV < 0.2$ ($0 < p < 1.3$, $p < 14.0$), оранжевая — $CV \geq 0.2$ ($1.3 \leq p \leq 14.0$)

фильтрационных процессов необходим детальный учет геометрического строения системы трещин. Отметим, что введенные границы представительности носят условный характер и зависят от выбранного порогового значения CV_k .

Таким образом, полученные результаты могут быть применены для оценки границ применимости подходов механики сплошной среды при моделировании фильтрационных процессов в терциновато-пористых средах.

4.5 Исследование влияния напряженно-деформированного состояния среды на ее эквивалентную проницаемость

В данном пункте исследовано изменение эквивалентной проницаемости трещиновато-пористой среды при изменении ее напряженно-деформированного состояния, вызванного закачкой жидкости в расчетную область. Расчеты проведены для трех значений давления закачки жидкости $P_{inj} = 5, 10, 15$ МПа при постоянной величине внешней нагрузки $\sigma_b = 15$ МПа и давлении

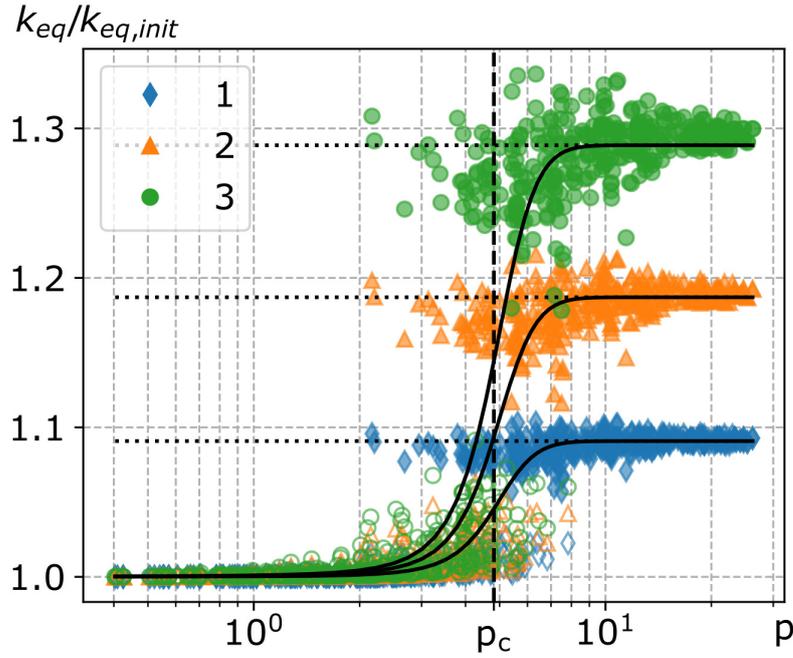


Рисунок 4.5 — Зависимость относительного изменения эквивалентной проницаемости $k_{eq}/k_{eq,init}$ от параметра перколяции p и ее аппроксимация (сплошная линия) при различных давлениях закачки жидкости: 1 — $P_{inj} = 5$ МПа, 2 — $P_{inj} = 10$ МПа, 3 — $P_{inj} = 15$ МПа. Закрашенные маркеры соответствуют наличию перколяционного кластера, полые — отсутствию перколяционного кластера

$P_{prod} = 0$. Изменение эквивалентной проницаемости рассматривается относительно ее величины $k_{eq,init}$, соответствующей начальному состоянию среды, которая исследована в предыдущем пункте.

На рис. 4.5 представлена зависимость относительного изменения эквивалентной проницаемости среды $k_{eq}/k_{eq,init}$ от параметра перколяции p при различных давлениях P_{inj} . Видно, что при увеличении параметра перколяции влияние давления закачки на проницаемость среды возрастает. Так, при $p < p_c$ не наблюдается существенного влияния давления закачки на эквивалентную проницаемость среды. Напротив, при $p > p_c$ изменение проницаемости трещин начинает оказывать влияние на фильтрационные свойства среды: величина относительного изменения эквивалентной проницаемости достигает 30 %.

Для выбора аппроксимирующей функции рассмотрим влияние напряженно-деформированного состояния на проницаемость трещиноватой среды, состоящей из набора параллельных трещин при $l_{\parallel} \geq L$. Для простоты получаемых далее оценок пренебрежем в (4.2) проницаемостью матрицы горной породы по сравнению с проницаемостью трещин. Тогда выражение для проницаемости системы параллельных трещин, с учетом линейной зависимости раскрытия тре-

щин от эффективных напряжений и (2.8), можно записать в виде:

$$k_{\parallel}^I = \frac{\delta^3 n_f}{12 L} = \frac{\left(\delta_0 + \frac{\sigma'_n}{k_n}\right)^3 n_f}{12 L}$$

В этом случае выражение для относительного изменения проницаемости набора параллельных трещин при изменении нормальных эффективных напряжений примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{k_{\parallel}^I}{k_{\parallel,init}^I} &= \left(\frac{\delta}{\delta_{init}}\right)^3 = \left(\frac{\delta_0 k_n + \sigma'_{n,init} + \Delta\sigma'_n}{\delta_0 k_n + \sigma'_{n,init}}\right)^3 = \\ &= \left(1 + \frac{\Delta\sigma'_n}{\delta_0 k_n + \sigma'_{n,init}}\right)^3 = \left(1 + b\Delta\sigma'_n\right)^3, \end{aligned} \quad (4.7)$$

где $k_{\parallel,init}^I$ — проницаемость упорядоченной системы трещин при начальных условиях, $\Delta\sigma'_n$ — изменение эффективных нормальных напряжений относительно начального состояния, $b = \frac{1}{\delta_0 k_n + \sigma'_{n,init}}$ — параметр трещиноватой среды, зависящий от начального напряженно-деформированного состояния среды, фильтрационных и упругих свойств трещин, $\delta_0 k_n$ — величина, соответствующая напряжению смыкания трещины при ее постоянной жесткости.

На рис. 4.5 в виде горизонтальных пунктирных линий приведены значения $k_{\parallel}^I/k_{\parallel,init}^I$ для различных давлений закачки P_{inj} . В качестве $\Delta\sigma'_n$ в формуле (4.7) использовалась следующая оценка изменения среднего эффективного напряжения в расчетной области $\Delta\sigma'_n = \sigma_b + \left(\frac{P_{inj} + P_{prod}}{2} - P_{init}\right)$. Видно, что для развитых систем трещин полученное приближение удовлетворительно описывает результаты прямого численного моделирования. Выражение (4.7) принято за величину максимального относительного изменения проницаемости $k_{eq}/k_{eq,init}$. С другой стороны, при $p = 0$ проницаемость системы $k_{eq} = k_{eq,init}$. Для построения зависимости эквивалентной проницаемости от параметра перколяции во всем диапазоне значений использована аппроксимация вероятности возникновения перколяционного кластера $S(p)$ (3.2), которая позволяет связать области слабо и сильно развитых систем трещин. Тогда аппроксимацию эквивалентной проницаемости среды с учетом изменения ее напряженно-деформированного состояния окончательно можно представить в виде:

$$\begin{aligned} k_{eq} &= \left[\left(k_{\parallel}^I/k_{\parallel,init}^I - 1\right) S(p) + 1\right] k_{eq,init} = \\ &= \left[\left(1 + b\Delta\sigma'_n\right)^3 - 1\right] S(p) + 1 k_{eq,init} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Результат аппроксимации изменения эквивалентной проницаемости функцией (4.8) приведен на рис. 4.5. Получено удовлетворительное качество аппроксимации, средняя относительная ошибка для различных давлений закачки жидкости принимала значения: $mare = 0.007$ при $P_{inj} = 5$ МПа, $mare = 0.015$ при $P_{inj} = 10$ МПа и $mare = 0.023$ при $P_{inj} = 15$ МПа.

Таким образом, предложенная аппроксимация (4.8, 4.4, 4.5) учитывает зависимость эквивалентной проницаемости трещиновато-пористой среды от основных параметров задачи: структуры системы трещин (параметра перколяции p и его порогового значения p_c), напряженно-деформированного состояния системы (величины эффективных напряжений σ'_n), упругих и фильтрационных свойств трещин (нормальной жесткости k_n и раскрытия δ трещин).

4.6 Расчет расхода точечного источника (скважины) в трещиновато-пористой среде

Рассмотрим влияние структуры системы трещин на фильтрационные потоки между вертикальными нагнетательной (inj) и добывающей ($prod$) скважинами (см. рис. 3.4), которые вызваны постоянным перепадом забойных давлений $P_{inj} - P_{prod} = \Delta P$. На внешних границах расчетной области задано условие непротекания для пористой среды $\partial P_o^m / \partial \mathbf{n}|_{\Gamma} = 0$ и трещин $\partial P_o^f / \partial x^f|_{\Gamma \cap \Gamma^f} = 0$, где $\Gamma = \bigcup_{i=n,s,w,e} \Gamma_i$. При анализе результатов проведено сопоставление постановок о фильтрации между границами расчетной области и между двумя скважинами. Здесь величины, относящиеся к этим постановкам, обозначены с помощью верхних индексов b и w соответственно.

В рассматриваемой постановке при установившихся фильтрационных потоках расходы жидкости в добывающей и нагнетательной скважинах равны $q_{inj}^w = q_{prod}^w = q^w$. На рис. 4.6 приведены расчетные значения q^w , отнесенные к аналогичному расходу q_m^w в однородной пористой среде с проницаемостью k^m . Вертикальными линиями обозначены пороговые значения параметра перколяции (фильтрации между границами расчетной области $p_c^b = 4.8$, фильтрация между скважинами $p_c^w = 12.4$). В отличие от случая фильтрации между границами области (рис. 4.3), точки на рис. 4.6 можно разделить на четыре характерных группы, соответствующие следующим случаям: 1 – ни одна и из

скважин не связана с системой трещин; 2 – только одна скважина связана с системой трещин; 3 – обе скважины связаны с системой трещин, но прямая связь между скважинами через систему трещин отсутствует; 4 – система трещин связывает добывающую и нагнетательную скважину. Видно, что значения q^w/q_m^w для этих случаев существенно отличаются. Так, точки соответствующие случаям 1–3 лежат преимущественно в области $0 < p < p_c^w$, источник и сток для них оказываются не связанными системой трещин. Для группы точек 1 характерны наименьшие величины расхода, а появление связи между скважиной и системой трещин (случаи 2 и 3) приводит к скачкообразному увеличению значений q^w . Точки, соответствующие случаю 4, лежат преимущественно в области $p > p_c^w$, а существование перколяционного кластера для данных систем трещин обеспечивает наибольшие значения расхода жидкости. Таким образом, при рассмотрении потока между скважинами, в отличие от случая потока между границами расчетной области, результаты расчетов характеризуются дополнительной неопределенностью, обусловленной вероятностным характером связи скважина-трещина.

Покажем, что зависимость эквивалентной проницаемости от параметра перколяции (4.4, 4.5) может быть использована для расчета дебита скважин. Для этого рассмотрим расход в скважине q^w и на границе расчетной области q^b в трещиновато-пористой среде. Введем фактор формы $f = q^w/q^b$. Тогда с учетом (4.1) выражение для q^w может быть представлено в виде:

$$q^w = f \frac{k_{eq}}{\mu} \frac{\Delta P}{L} \quad (4.9)$$

В общем случае величина f для трещиновато-пористых сред зависит от взаимного расположения скважин, от структуры конкретной системы трещин и от фильтрационных параметров трещин в системе. В то же время для однородной пористой среды с проницаемостью k^m фактор формы $f_m = q_m^w/q_m^b$ при заданных граничных условиях зависит только от взаимного расположения скважин. Для дальнейших расчетов в выражении (4.9) приближенно положим $f \approx f_m$. Таким образом значения q^w могут быть оценены в результате решения задач для однородной пористой среды (определение величины f_m) и для трещиновато-пористой среды (аппроксимация $k_{eq}(p)$ для линейного источника и стока (4.4, 4.5)).

Рассчитанная с помощью выражения (4.9) зависимость отношения q^w/q_m^w от параметра перколяции p обозначена на рис. 4.6 сплошной линией. Сначала

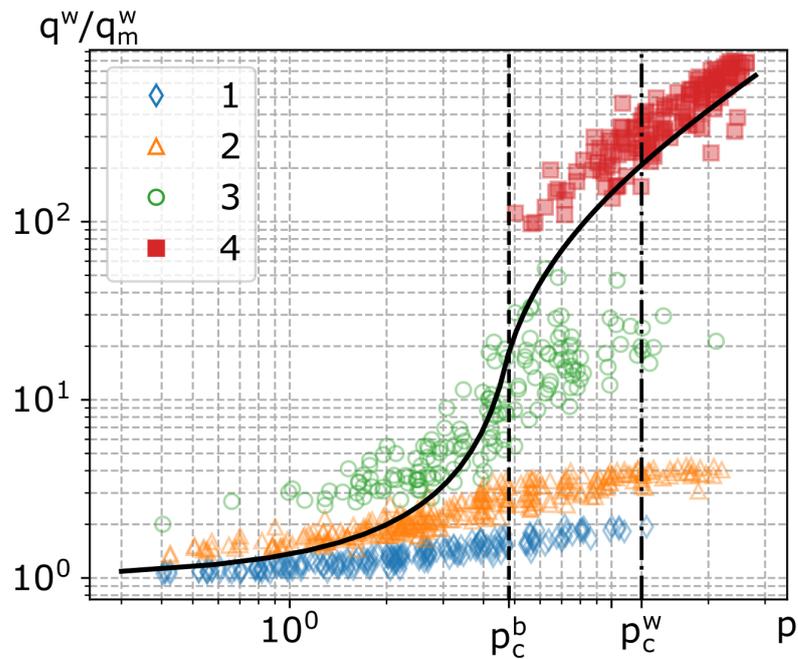


Рисунок 4.6 — Зависимость отношения q^w/q_m^w от величины параметра перколяции p и ее оценка (сплошная линия): 1 — скважины не связаны с системой трещин; 2 — только одна скважина связана с системой трещин; 3 — обе скважины связаны с системой трещин, но прямая связь между скважинами через систему трещин отсутствует; 4 — система трещин связывает добывающую и нагнетательную скважины

рассмотрим область $p > p_c^b$. Так как зависимость (4.5) здесь построена в предположении о наличии связи между источником и стоком, то расчетные точки для случая 4 удовлетворительно согласуются с оценкой расхода по формуле (4.9). В то же время при $p > p_c^b$ для случаев 1 и 2 скважины оказываются не связаны системой трещин, что приводит к существенному отклонению результатов численного моделирования от предложенной оценки. Вблизи порога перколяции p_c^b оценка расхода хорошо согласуется с расчетными точками для случая 3. Так как при $p < p_c^b$ аппроксимация эквивалентной проницаемости (4.4) предполагает отсутствие перколяционного кластера, то расчет по формуле (4.9) здесь удовлетворительно согласуется с группами расчетных точек 1 и 2. В связи с тем, что предложенный подход не учитывает влияние структуры системы трещин на фактор формы f , оценка расхода (4.9) удовлетворяет разным характерным случаям при различных значениях параметра перколяции.

4.7 Основные результаты главы 4

В данной главе на основе многовариантных численных расчетов исследована зависимость фильтрационных свойств трещиновато-пористых сред от их напряженно-деформированного состояния и структуры системы трещин. Полученные результаты показывают, что фильтрационные свойства трещиновато-пористой среды определяются главным образом структурой системы трещин, характеризуемой параметром перколяции. При этом вблизи порога перколяции наблюдается изменение характера поведения эквивалентной проницаемости и ее резкий рост. В то же время поверхностная плотность системы трещин для использованного степенного закона распределения трещин по длинам не позволяет с удовлетворительной точностью описать эквивалентную проницаемость среды.

Получены интервалы параметра перколяции в которых эквивалентная проницаемость принимает устойчивые значения. Границы данных интервалов могут быть использованы для оценки применимости континуальных моделей при моделировании фильтрации в трещиновато-пористых средах.

Установлено, что для сильно связных систем трещин напряженно-деформированное состояние существенно влияет на фильтрационные свойства среды: изменение эквивалентной проницаемости для проведенных расчетов достигало 30%. Для слабосвязных систем трещин максимальное относительное изменение проницаемости составляет менее 1%.

Предложена формула для аппроксимации зависимости эквивалентной проницаемости трещиновато-пористой среды от параметров, характеризующих связность системы трещин, напряженно-деформированное состояние среды, деформационные и фильтрационные свойства трещин. Полученная зависимость эквивалентной проницаемости от параметра перколяции использована для упрощенной оценки расхода жидкости в скважине.

Глава 5. Численное исследование процесса вытеснения нефти водой из трещиновато-пористых сред

Как было показано выше, трещины определяющим образом влияют на фильтрационные свойства трещиновато-пористых сред, выступая в качестве основных каналов для фильтрации. Так, при разработке нефтяных месторождений наличие трещиноватости может приводить к быстрым прорывам закачиваемой в пласт воды к добывающим скважинам, что, в свою очередь, приводит к снижению нефтеотдачи. В связи с этим, интерес представляет изучение особенностей и закономерностей процесса вытеснения нефти водой для систем трещин с различной структурой.

В данной главе рассмотрена задача о вытеснении нефти водой из трещиновато-пористой среды. Исследованы особенности и закономерности процесса вытеснения нефти водой для множества вариантов систем трещин, полученных путем случайной генерации. Проведен анализ зависимости коэффициента вариации доли извлеченной нефти от параметра перколяции, характеризующего структуру системы трещин. Исследовано влияние давления закачки воды на эффективность извлечения нефти.

5.1 Постановка задачи

Рассмотрим процесс вытеснения нефти (несмачивающая фаза) водой (смачивающая фаза) из изначально нефтенасыщенного пласта $S_w^\alpha|_\Omega = 0$ ($\alpha = m, f$). Вода с постоянным давлением P_{inj} закачивается через границу расчетной области Γ_w ($S_w^\alpha|_{\Gamma_w} = 1$). На противоположной границе Γ_e происходит добыча водонефтяной смеси при постоянном давлении P_{prod} . Таким образом, между границами Γ_w и Γ_e поддерживается постоянный перепад давления $\Delta P = P_{inj} - P_{prod}$. Трещиновато-пористая среда при этом находится под воздействием внешних сжимающих напряжений σ_b . Схематично граничные условия представлены на рис. 5.1.

В данной серии расчетов использовались следующие значения параметров горной породы и насыщающей ее жидкости: пористость матрицы $\varphi^m = 0.1$,

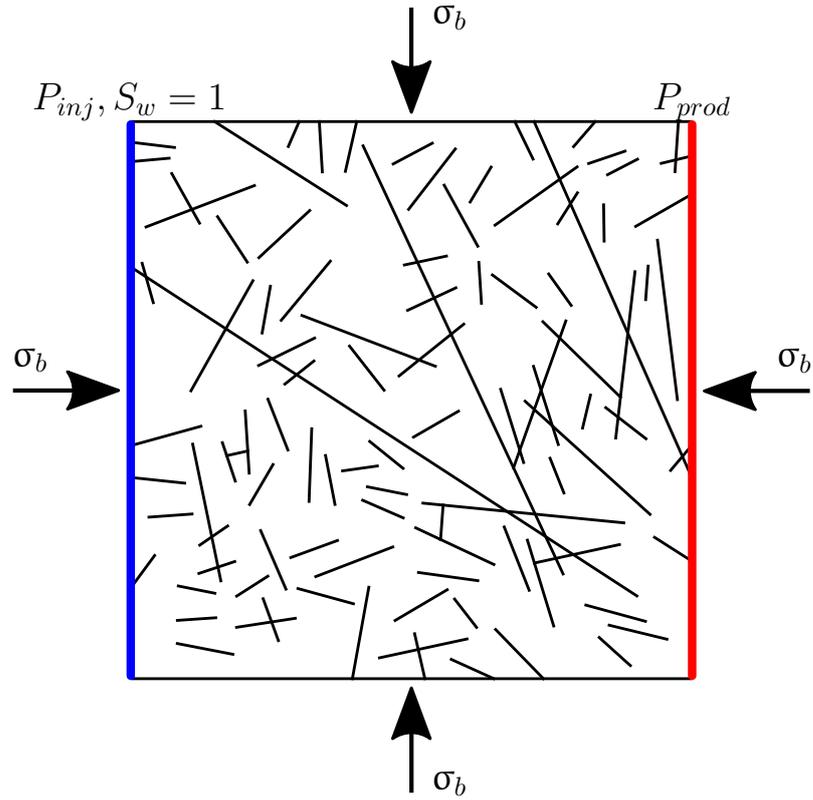


Рисунок 5.1 — Схематическое представление задачи

проницаемость матрицы $k^m = 1 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$, раскрытость трещин в недеформированном состоянии $\delta_0 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}$, модуль Юнга $E = 2 \cdot 10^4 \text{ МПа}$, коэффициент Пуассона $\nu = 0.2$, объемный модуль материала зерен $K_s = 2.7 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, начальная нормальная жесткость трещин $k_{n0} = 2.5 \cdot 10^4 \text{ МПа/м}$, сдвиговая жесткость трещин $k_s = 1.25 \cdot 10^4 \text{ МПа/м}$, минимально возможное значение относительного перемещения берегов трещины $u_n^{max} = -\delta_0$, коэффициент Био матрицы $b^m = 1.0$, коэффициент сжимаемости воды $C_w = 3.7 \cdot 10^{-4} \text{ МПа}^{-1}$, коэффициент сжимаемости нефти $C_o = 7.4 \cdot 10^{-4} \text{ МПа}^{-1}$, вязкость воды $\mu_w = 1.0 \text{ мПа} \cdot \text{с}$, вязкость нефти $\mu_o = 10.0 \text{ мПа} \cdot \text{с}$, краевой угол смачивания $\theta = 60^\circ$, коэффициент межфазного натяжения $\sigma = 0.03 \text{ Н/м}$. Относительные фазовые проницаемости для пористой среды и системы трещин приняты в следующем виде: $k_{rw}^m = (S_w^m)^2$, $k_{ro}^m = (1 - S_w^m)^2$, $k_{rw}^f = S_w^f$, $k_{ro}^f = 1 - S_w^f$. J -функция Леверетта имела вид: $J(S_w^m) = (1 - S_w^m)^2$.

5.2 Исследование влияния параметров трещиновато-пористой среды на особенности и закономерности процесса вытеснения нефти водой

Сперва рассмотрим влияние структуры трещиновато-пористой среды на процесс вытеснения нефти водой при фиксированном раскрытии трещин $\delta = 2.5 \cdot 10^{-4}$ м. Давление закачки воды $P_{inj} = 12.5$ МПа, давление добычи $P_{prod} = 10.0$ МПа.

Для анализа результатов рассмотрим два интегральных безразмерных параметра, характеризующих процесс вытеснения нефти водой. Первым из них является доля извлеченной нефти η (коэффициент извлечения нефти), которая равна отношению объема вытесненной из пласта нефти V_o^{prod} к ее начальному объему в пласте V_o^{init}

$$\eta = \frac{V_o^{prod}}{V_o^{init}}$$

Второй параметр — безразмерный объем закачанной воды χ , определяемый как отношение объема закачанной в расчетную область воды V_w^{inj} к суммарному объему пустот в расчетной области V_p

$$\chi = \frac{V_w^{inj}}{V_p}$$

Отношение η/χ характеризует объем вытесненной нефти за счет закачанной в пласта воды и является мерой эффективности вытеснения нефти. Критерием для завершения расчета является объем закачанной в область воды. Для каждой системы трещин расчет проведен до момента времени, соответствующего $\chi = 3$.

В качестве примера на рис. 5.2 — 5.6 приведены поля водонасыщенности для некоторых вариантов систем трещин (см. рис. 3.1). Поля водонасыщенности на рисунках представлены для моментов времени, соответствующих значениям $\chi = 0.05, 0.10, 0.25, 0.50$ и 1.00 . Из рисунков видно, что процесс вытеснения нефти водой определяющим образом зависит от структуры системы трещин. В зависимости от связности системы трещин можно наблюдать как вытеснение близкое к фронтальному (малые значения p), так и извлечение нефти из блоков пористой среды (развитые системы трещин). Отметим, что наиболее

неравномерное вытеснение нефти по площади и наличие крупных участков не охваченных вытеснением (целиков нефти) характерно для систем трещин находящихся вблизи порога протекания p_c (см. рис. 5.6).

На рис. 5.7 представлена зависимость коэффициента извлечения нефти η от поверхностной плотности системы трещин γ при различных показателях степени a для моментов времени, соответствующих $\chi = 3$. Видно, что для большинства вариантов систем трещин значения доли извлеченной нефти η выше при отсутствии перколяционного кластера (полые маркеры). Наличие перколяционного кластера (закрашенные маркеры) приводит к существенному снижению значений η , которое связано с быстрым прорывом воды по системе трещин в область добычи. При этом, для систем трещин с близкими значениями γ , могут иметь место существенно отличающиеся значения коэффициента извлечения нефти. Таким образом, можно сделать вывод о том, что при выбранном законе распределения трещин по длинам плотность системы трещин не может охарактеризовать ключевые особенности процесса вытеснения нефти из трещиновато-пористой среды.

На рис. 5.8 для моментов времени, соответствующих $\chi = 3$, приведена зависимость коэффициента извлечения нефти η от величины параметра перколяции p при различных показателях степени a . Дополнительно на график нанесена кривая, соответствующая зависимости сглаженного скользящего среднего значения доли извлеченной нефти $\bar{\eta}$ от параметра перколяции p . Видно, что зависимость $\bar{\eta}(p)$ имеет немонотонный характер. Минимум данной зависимости наблюдается при значениях параметра перколяции выше порогового $p > p_c$, для которых характерно блочное строение трещиновато-пористых сред.

Рассмотрим участок зависимости $\bar{\eta}(p)$ слева от порога перколяции ($0 \leq p < p_c$). При малых значениях параметра перколяции величина $\bar{\eta}$ близка к своему значению для однородной пористой среды. По мере возрастания параметра перколяции в области появляются более протяженные трещины и/или кластеры трещин большего размера, что приводит к локальному искривлению фронта вытеснения и, как следствие, к снижению величины $\bar{\eta}$. При приближении к порогу перколяции эффективность вытеснения быстро падает, что в том числе связано с появлением перколяционного кластера в некоторых вариантах систем трещин. Наиболее неблагоприятными вариантами с точки зрения эффективности вытеснения нефти оказываются системы трещин, где противоположные границы расчетной области связаны единственным «магистральным

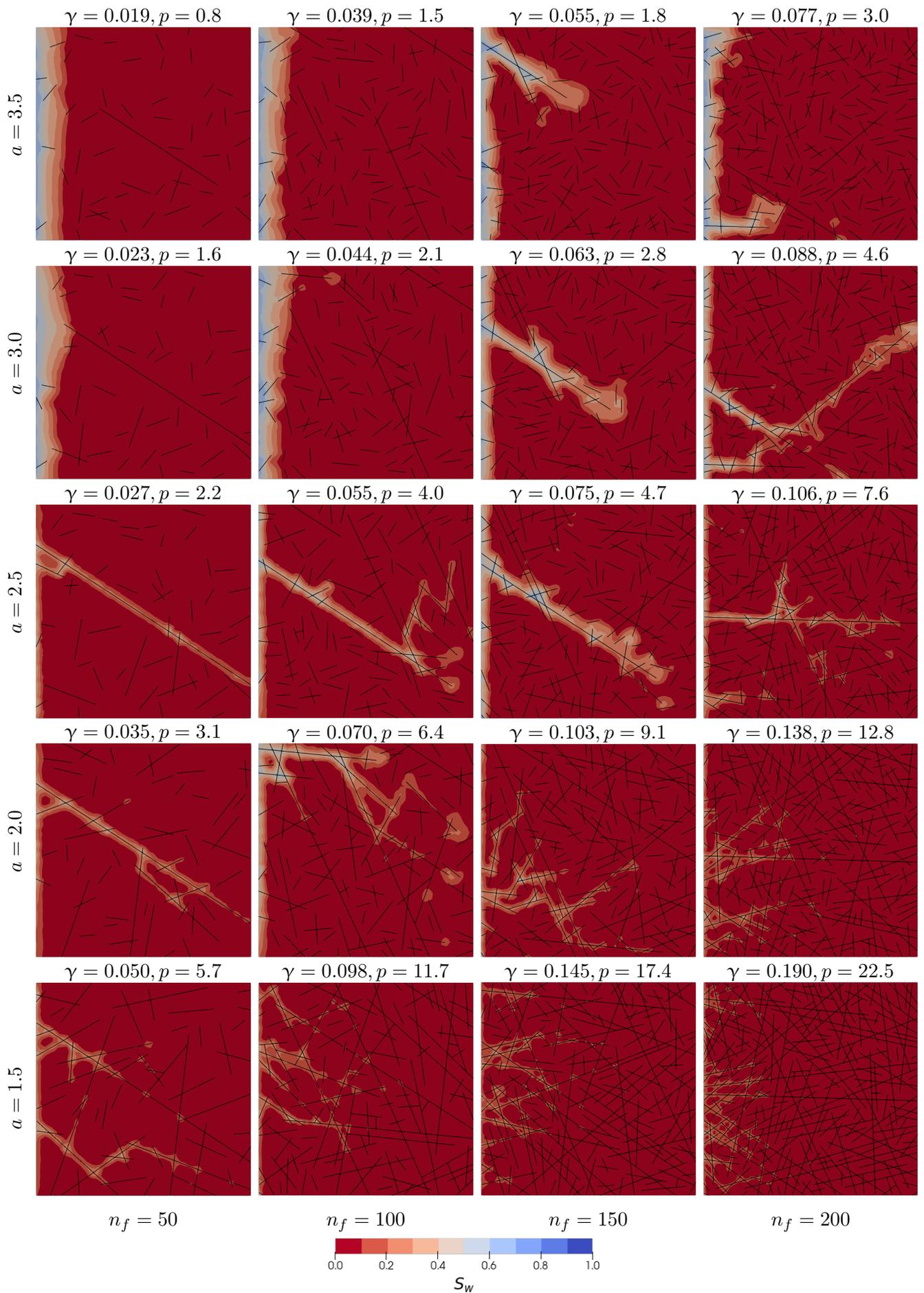


Рисунок 5.2 — Поля водонасыщенности при $\chi = 0.05$ для систем трещин с различными показателями a в законе распределения трещин по длинам (строки) и количеством трещин в системе n_f (столбцы)

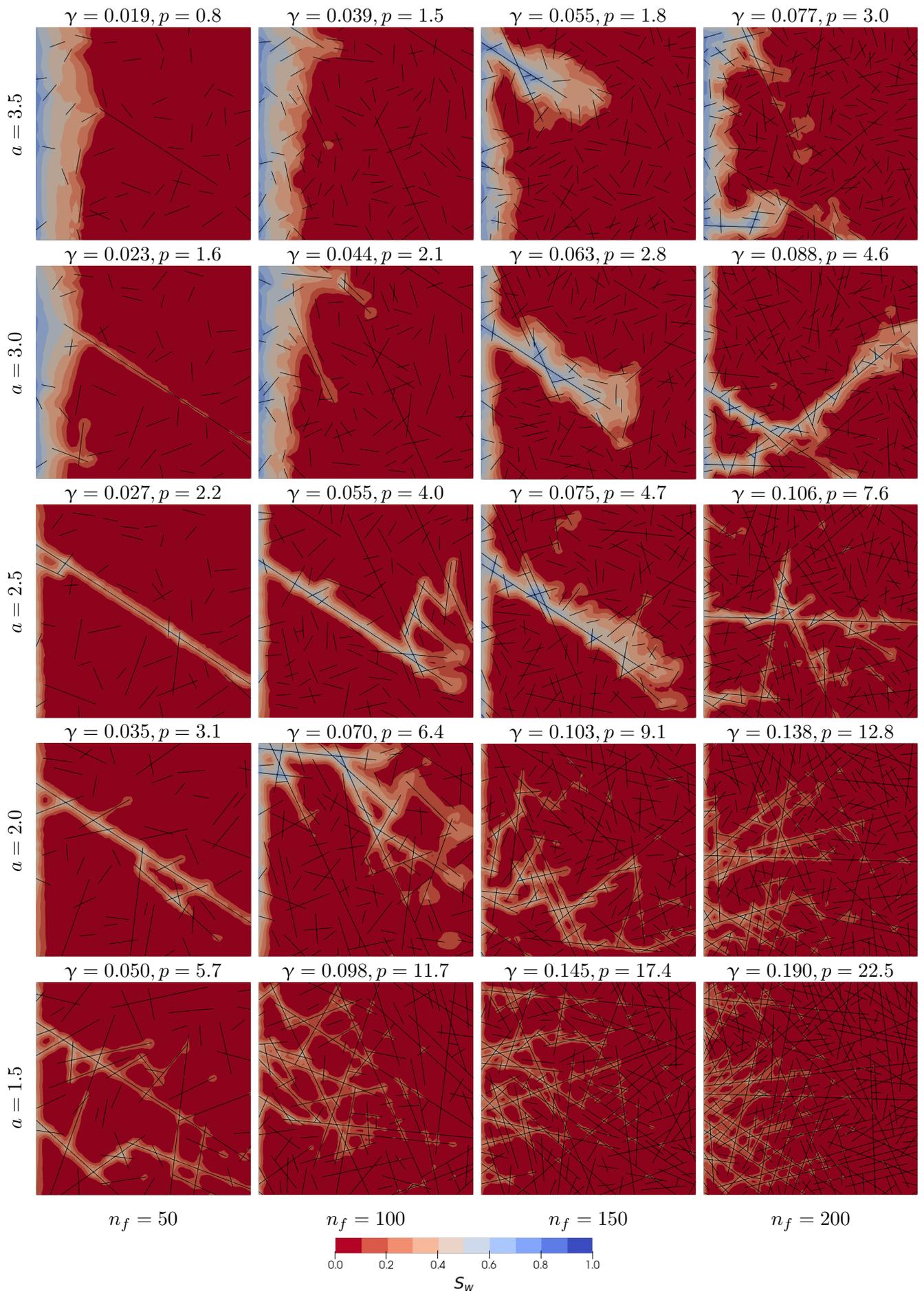


Рисунок 5.3 — Поля водонасыщенности при $\chi = 0.10$ для систем трещин с различными показателями a в законе распределения трещин по длинам (строки) и количеством трещин в системе n_f (столбцы)

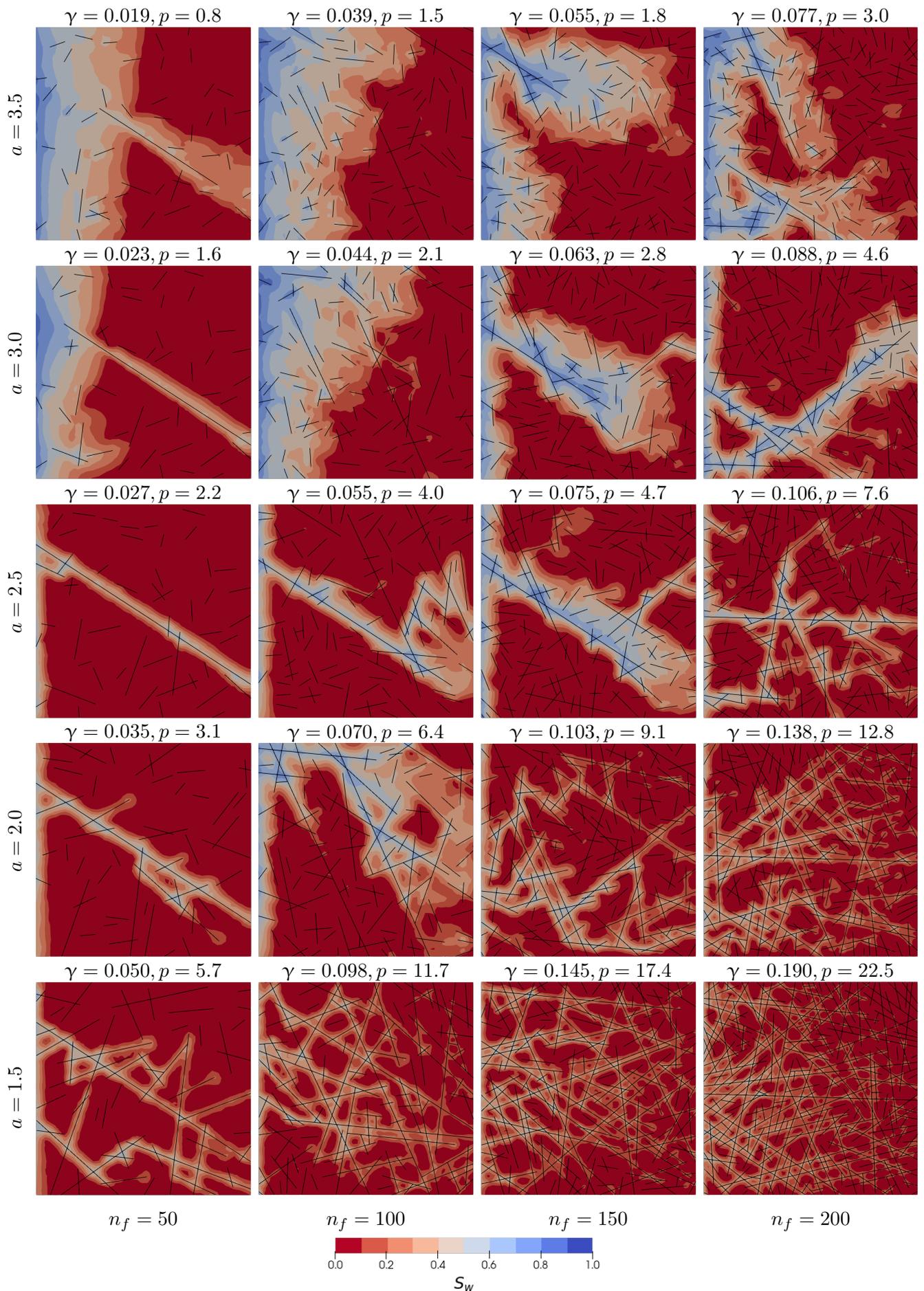


Рисунок 5.4 — Поля водонасыщенности при $\chi = 0.25$ для систем трещин с различными показателями a в законе распределения трещин по длинам (строки) и количеством трещин в системе n_f (столбцы)

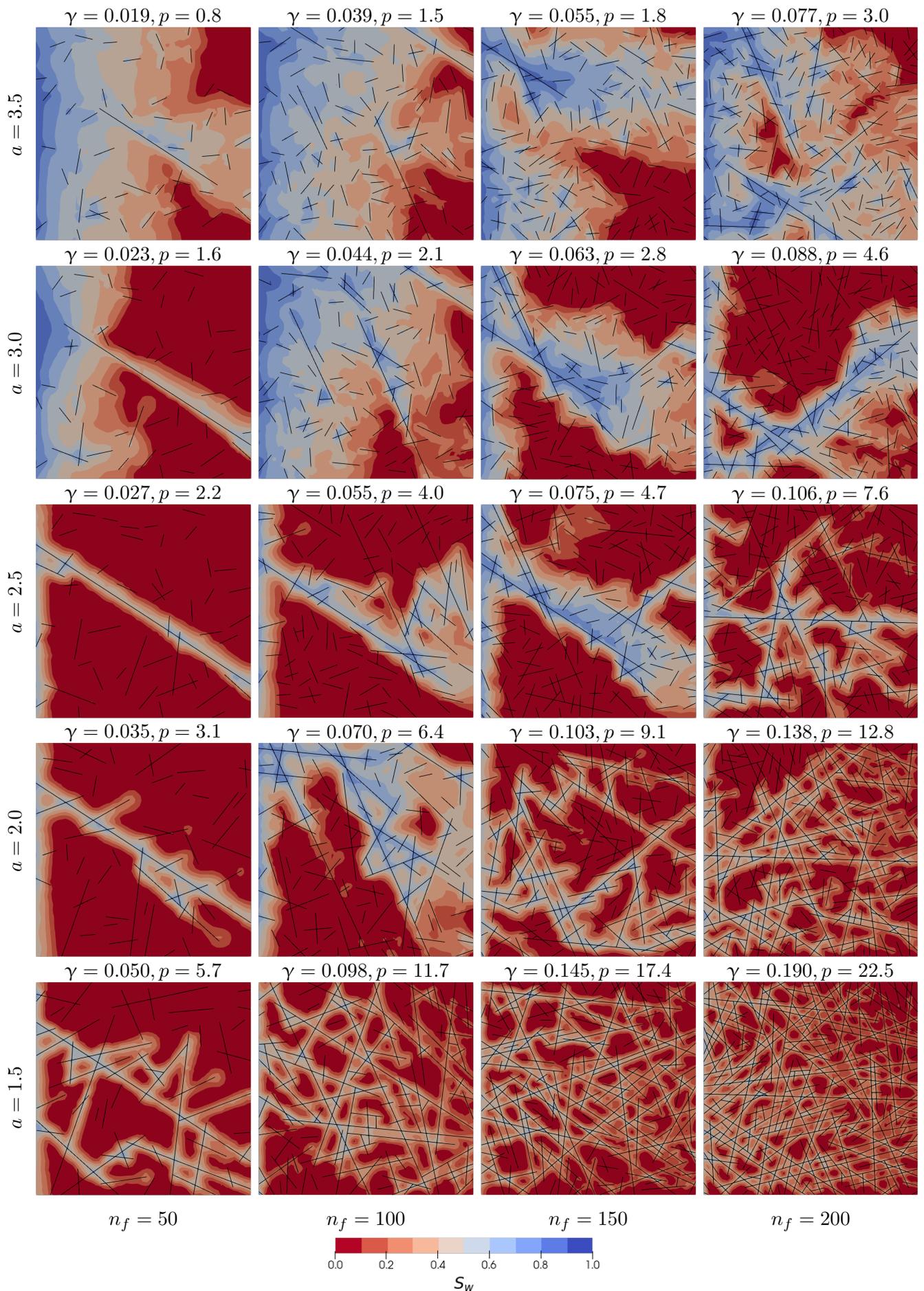


Рисунок 5.5 — Поля водонасыщенности при $\chi = 0.50$ для систем трещин с различными показателями a в законе распределения трещин по длинам (строки) и количеством трещин в системе n_f (столбцы)

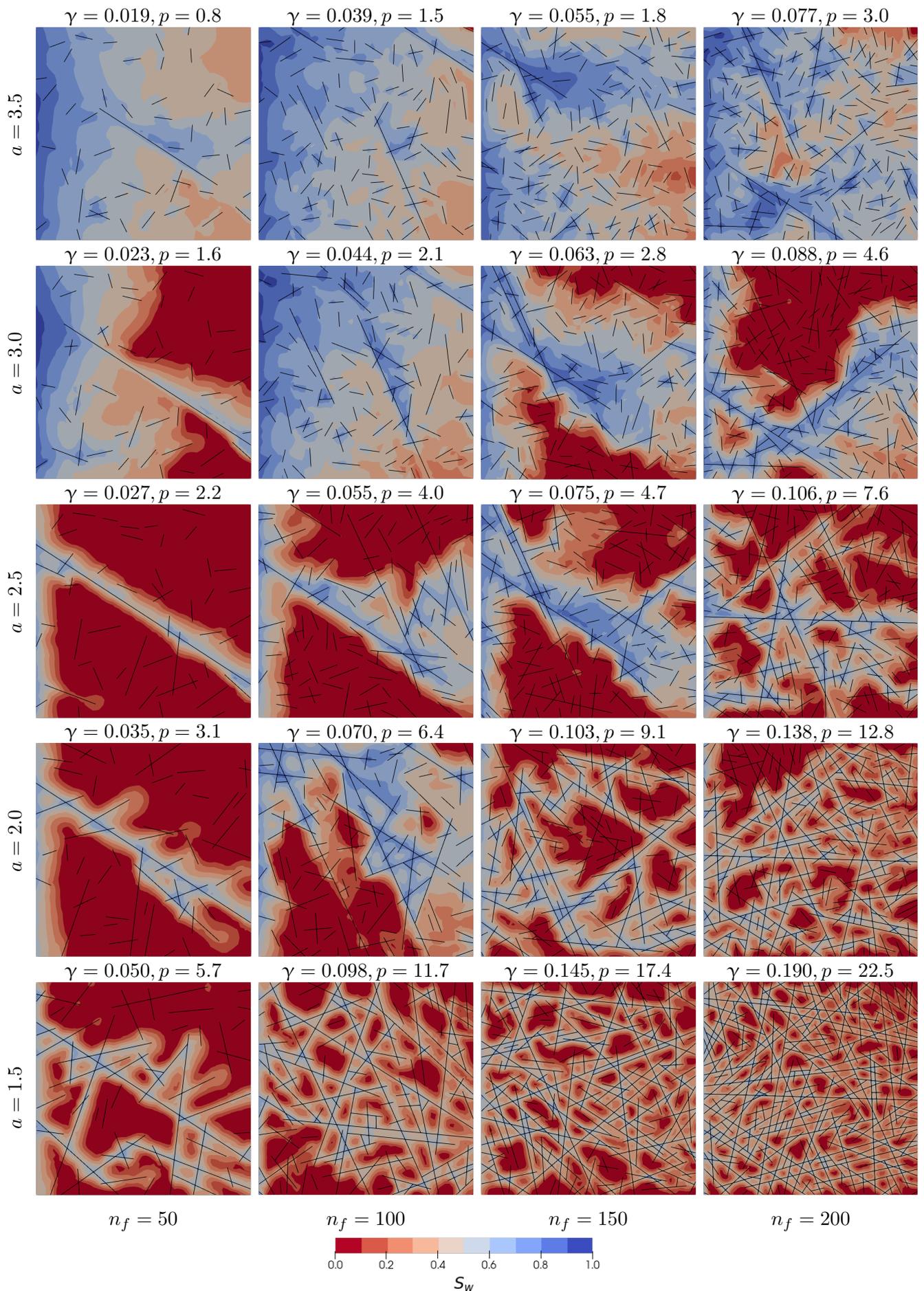


Рисунок 5.6 — Поля водонасыщенности при $\chi = 1.0$ для систем трещин с различными показателями a в законе распределения трещин по длинам (строки) и количеством трещин в системе n_f (столбцы)

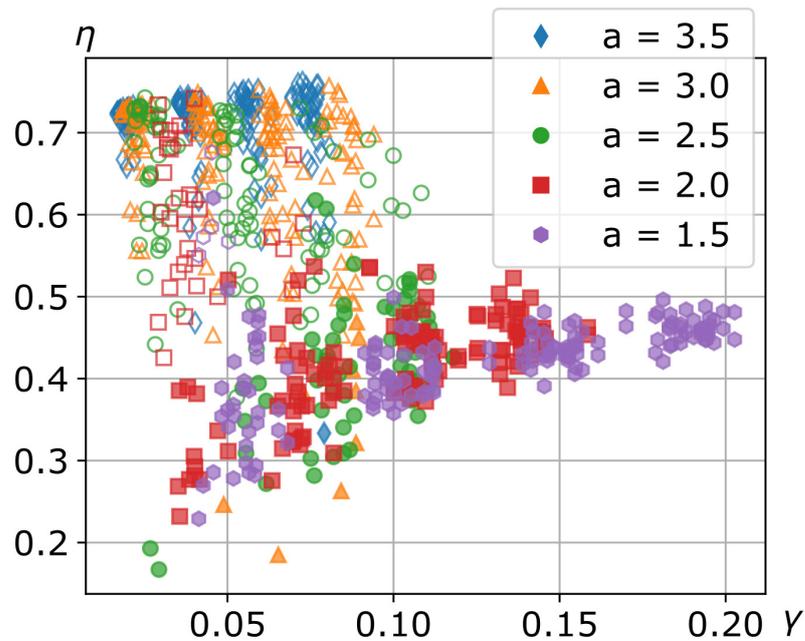


Рисунок 5.7 — Зависимость коэффициента извлечения нефти η от поверхностной плотности системы трещин γ при различных показателях степени a . Закрашенные маркеры соответствуют наличию перколяционного кластера, белые — отсутствию перколяционного кластера

каналом». Доля извлеченной нефти для таких вариантов составляет $\eta \approx 0.2$. В качестве примера системы трещин с низкой долей извлечения нефти может быть приведен вариант ($a = 2.5, n_f = 50$) поля водонасыщенности для которого представлены на рис. 5.2 — 5.6.

Для участка зависимости $\bar{\eta}(p)$ при $p \geq p_c$ на рис. 5.8 характерно преобладающее влияние трещиноватости на процесс вытеснения нефти водой. Здесь вблизи порога перколяции величина $\bar{\eta}$ продолжает снижаться и достигает своего минимального значения при $p \approx 8$, затем наблюдается рост доли извлеченной нефти. Данная область соответствует достаточно развитым системам трещин, для которых характерно блочное строение среды (см. рис. 3.7). Системы трещин здесь выступают в качестве каналов для течения жидкостей, в то время как основные запасы нефти сосредоточены в блоках пористой среды. Извлечение нефти из таких трещиновато-пористых сред происходит главным образом за счет массообмена между системой трещин и пористыми блоками. Основными механизмами массообмена в рассматриваемой постановке являются пропитка блоков за счет градиента давления в системе трещин и капиллярная пропитка блоков.

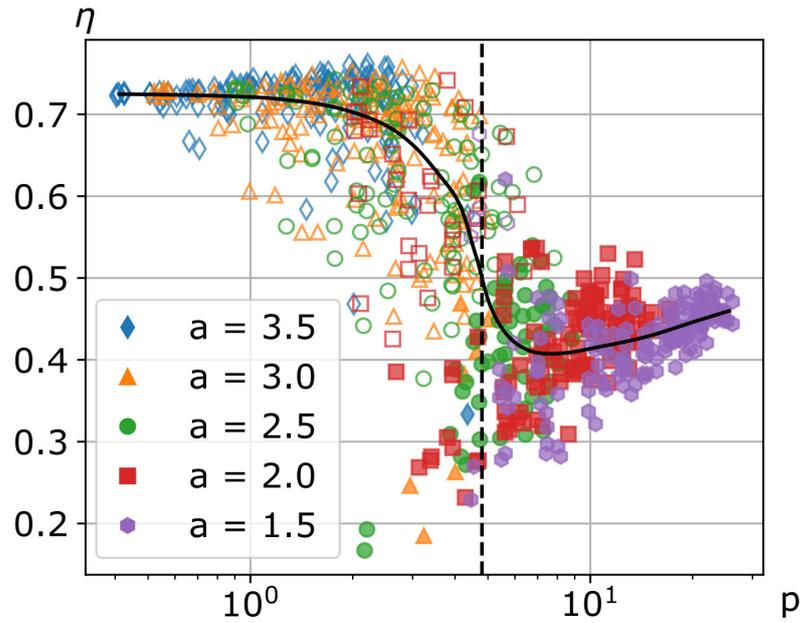


Рисунок 5.8 — Зависимость коэффициента извлечения нефти η от величины параметра перколяции p при различных показателях степени a . Сплошная линия соответствует сглаженному скользящему среднему значению доли извлеченной нефти $\bar{\eta}$. Закрашенные маркеры соответствуют наличию перколяционного кластера, полые — отсутствию перколяционного кластера

Для качественного анализа немонотонного поведения зависимости $\bar{\eta}(p)$ рассмотрим модель двухфазной фильтрации в трещиновато-пористой среде с развитой системой трещин. Допущение о развитости системы трещин позволяет рассматривать пористую среду и систему трещин как два взаимно проникающих континуума между которыми возможен массообмен. Предполагая, что вода, нефть, пористая среда и трещины несжимаемые, запишем законы сохранения масс фаз в пористой среде и системе трещин [136] :

$$\varphi^m \frac{\partial S_p^m}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}_p^m) = q_p^{mf} \quad (5.1)$$

$$\varphi^f \frac{\partial S_p^f}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}_p^f) = -q_p^{mf}, \quad (5.2)$$

где q_p^{mf} — источникный член, определяющий интенсивность обмена фазами между средами. Для развитых систем трещин пористая среда оказывается несвязной, т.е. отсутствует прямой массообмен между блоками пористой среды, что позволяет исключить из рассмотрения член $\nabla \cdot (\mathbf{v}_p^m)$ в уравнении (5.1). Данное приближение соответствует модели среды с двойной пористостью одной проницаемостью.

В этом случае трещины являются несущей фазой, а извлечение нефти из блоков пористой среды происходит за счет массообмена с системой трещин. Массообмен обеспечивается как за счет градиента давления в системе трещин, который воздействует на блоки пористой среды, так и за счет разницы давления между средами. Тогда источниковый член q_p^{mf} может быть записан в виде:

$$q_p^{mf} = \frac{1}{L_m} \frac{k^m}{\mu_p} (k_{rp}^m(S_p^f) - k_{rp}^m(S_p^m)) \nabla P_p^f + \kappa \frac{k^m k_{rp}^{mf}}{\mu_p} (P_p^f - P_p^m) \quad (5.3)$$

где $\kappa = \frac{4}{3L_m^2}$ — параметр, характеризующий форму блоков [76], k_{rp}^{mf} — относительная фазовая проницаемость на границе сред ($k_{rp}^{mf} = k_{rp}^m(S_p^f)$ при $P_p^f - P_p^m > 0$, $k_{rp}^{mf} = k_{rp}^m(S_p^m)$ при $P_p^f - P_p^m \leq 0$), ∇P_p^f — градиент давления в системе трещин.

Первое слагаемое в (5.3) отвечает за интенсивность обмена фазами между блоками пористой среды и системой трещин, вызванного градиентом давления в системе трещин. Фазовый состав водонефтяной смеси, втекающей в блок определяется насыщенностями в системе трещин, в то время как фазовый состав вытекающей из блока смеси определяется насыщенностями в самом блоке. Второе слагаемое определяет интенсивность массообмена, связанного с перепадом давления между средами. При рассмотрении несжимаемых фаз, данный перепад давления вызван разницей капиллярных давлений в системе трещин и блоках пористой среды. Отметим, что обычно при рассмотрении сред с двойной пористостью ограничиваются рассмотрением только второго слагаемого в правой части выражения (5.3).

Пусть трещиновато-пористая среда имеет эквивалентную проницаемость k_{eq} . Тогда для элемента среды с размером L при постоянном перепаде давления ΔP между границами справедливы следующие соотношения:

$$v_{eq} = \frac{k_{eq}}{\bar{\mu}} \frac{\Delta P}{L}, \quad \tau_{eq} = \frac{L \bar{\phi}}{v_{eq}} \quad (5.4)$$

где $\bar{\phi}$ — эффективная пористость трещиновато-пористой среды, v_{eq} — характерная скорость фильтрации, $\bar{\mu}$ — эффективная вязкость водонефтяной смеси. Согласно (5.4) при течении жидкости в эквивалентной среде с проницаемостью k_{eq} частица жидкости перемещается на расстояние L за время τ_{eq} с истинной скоростью $v_{eq}/\bar{\phi}$. С другой стороны в одномерном случае $L\bar{\phi}$ носит смысл порового объема среды, а v_{eq} — удельного расхода жидкости. Тогда для безразмерного

объема закачанной воды χ может быть записано следующее выражение:

$$\chi = \frac{V_w^{inj}}{V_p} = \frac{v_{eq}t}{L\bar{\phi}} = \frac{t}{\tau_{eq}} = \lambda_{eq}t \quad (5.5)$$

где $\lambda_{eq} = \frac{k_{eq}}{\bar{\phi}\mu L} \frac{\Delta P}{L}$ — величина обратная характерному времени τ_{eq} . С практической точки зрения τ_{eq} — время закачки в расчетную область объема воды, равного V_p . Тогда χ носит смысл безразмерного времени.

Для дальнейшего качественного анализа рассмотрим упрощенный, по сравнению с численными расчетами, случай. Так как основной объем нефти находится в блоках пористой среды, то для анализа параметров трещиновато-пористой среды, влияющих на процесс извлечения нефти, ограничимся рассмотрением уравнения (5.1). Водонасыщенность в трещинах при этом принимается постоянной и равной единице величиной ($S_w^f = 1$). Функции относительных фазовых проницаемостей для пористой среды и J -функция Леверетта приняты линейными ($J(S_w^m) = (1 - S_w^m)$, $k_{rw}^m(S_w^m) = S_w^m$), а вязкости фаз — равными $\mu_w = \mu_o = \mu$.

Можно показать, что с учетом принятых выше допущений при исключении P^f , уравнение (5.1) для воды ($p = w$) может быть записано в виде:

$$\frac{\partial S_w^m}{\partial \chi} = \frac{\lambda_c}{\lambda_{eq}} (1 - S_w^m) + \frac{\lambda_m}{\lambda_{eq}} (1 - S_w^m), \quad (5.6)$$

где $\lambda_m = \frac{k^m}{\bar{\phi}^m \mu L_m} \frac{\Delta P}{L}$ — величина обратная характерному времени, которое определено как время продвижения жидкости с вязкостью μ в пористой среде на расстояние L_m под действием градиента давления $\Delta P/L$, $\lambda_c = \frac{4}{3} \frac{k^m \bar{P}_c}{\bar{\phi}^m \mu L_m^2}$ — величина обратная характерному времени капиллярной пропитки блоков, где $\bar{P}_c = \sigma \cos(\theta) \sqrt{\frac{\bar{\phi}^m}{k^m}}$ — характерное капиллярное давление.

Уравнение (5.6) при начальном условии $S_w^m(\chi = 0) = 0$ имеет следующее аналитическое решение:

$$S_w^m = 1 - e^{-\frac{\lambda_c + \lambda_m}{\lambda_{eq}} \chi}$$

Если расчетная область изначально полностью насыщена нефтью ($V_p = V_o^{init}$), а объем трещин пренебрежимо мал по сравнению с поровым объемом блоков, то доля извлеченной нефти η соответствует водонасыщенности блоков пористой среды $S_w^m = V_w/V_p$, где V_w — объем воды в расчетной области. Таким образом, можно принять $S_w^m = \eta$, тогда

$$\eta = 1 - e^{-\frac{\lambda_c + \lambda_m}{\lambda_{eq}} \chi} \quad (5.7)$$

Из уравнения (5.7) следует, что доля извлеченной нефти η экспоненциально зависит от безразмерного времени χ , а отношение $\frac{\lambda_c + \lambda_m}{\lambda_{eq}}$ характеризует интенсивность вытеснения нефти. В результате анализ зависимости $\bar{\eta}(\chi)$ может быть сведен к анализу отношения $\frac{\lambda_c + \lambda_m}{\lambda_{eq}}$.

Далее перейдем к рассмотрению зависимости величин λ_c , λ_m и λ_{eq} от структуры системы трещин. При принятом допущении о равенстве вязкостей фаз справедливо $\bar{\mu}/\mu = 1$. Так как поровый объем блоков V_p^m много больше объема трещин V_p^f , то в первом приближении $\bar{\varphi} \approx \varphi^m$. Основными параметрами, связанными со структурой системы трещин, являются эквивалентная проницаемость трещиновато-пористой среды k_{eq} и характерный размер блока пористой среды L_m .

Проведем анализ отношения λ_m/λ_{eq}

$$\frac{\lambda_m}{\lambda_{eq}} = \frac{\bar{\varphi} \bar{\mu} k^m L}{\varphi^m \mu k^{eq} L_m} \approx \frac{k^m L}{k_{eq} L_m} \quad (5.8)$$

В предельном случае при отсутствии системы трещин ($p = 0$, $k_{eq} = k^m$, $L_m = L$): $\lambda_m/\lambda_{eq} = 1$. В данном случае вся поступающая в область вода участвует в вытеснении нефти из пористой среды, что соответствует равномерному (фронтальному) вытеснению нефти водой. С другой стороны, при $p \gg p_c$ и $k^f \gg k^m$ фильтрационные свойства системы трещин преобладают ($k^m/k_{eq} \ll 1$, $L/L_m \sim 10$), тогда из (5.8) следует $\lambda_m/\lambda_{eq} \rightarrow 0$. В этом случае подавляющая часть поступающей в область воды протекает по трещинам и не принимает участия в вытеснении нефти из блоков пористой среды. Таким образом, отношение λ_m/λ_{eq} характеризует равномерность вытеснения нефти водой из трещиновато-пористых сред.

Рассмотрим влияние механизма капиллярной пропитки на извлечение нефти из матричных блоков, которое характеризуется отношением λ_c/λ_{eq}

$$\frac{\lambda_c}{\lambda_{eq}} = \frac{4 \bar{\varphi} \bar{\mu} k^m L^2 \bar{P}_c}{3 \varphi^m \mu k_{eq} L_m^2 \Delta P} \approx \frac{k^m L^2 \bar{P}_c}{k_{eq} L_m^2 \Delta P} \quad (5.9)$$

Для достаточно развитых систем трещин при $p > p_c$ вклад механизма капиллярной пропитки в извлечение нефти зависит от структуры системы трещин, фильтрационных свойств трещин и матрицы, смачиваемости и скорости фильтрации (характерного перепада давления ΔP). Для определенности положим $k^m/k_{eq} \approx 10^{-2}$, $L/L_m \approx 10$. В предельном случае при низких скоростях фильтрации ($\Delta P \ll \bar{P}_c$) справедливо $\lambda_c/\lambda_{eq} \gg 1$. Механизм капиллярной пропитки

в данном случае имеет определяющее влияние: подводимая по системе трещин вода пропитывает матричные блоки, вытесняя из них нефть. Напротив, при высоких скоростях фильтрации ($\Delta P \gg \bar{P}_c$) из (5.9) следует $\lambda_c/\lambda_{eq} \rightarrow 0$. Тогда основной объем воды протекает по трещинам и не успевает впитаться в блоки пористой среды.

В рассматриваемой постановке вытеснение нефти из блоков пористой среды происходит как за счет градиента давления в системе трещин, так и за счет капиллярных эффектов. Основным интерес представляет рассмотрение совместного влияния данных механизмов

$$\frac{\lambda_c + \lambda_m}{\lambda_{eq}} = \frac{\bar{\varphi} \bar{\mu} k^m}{\varphi^m \mu k_{eq}} \left(\frac{L}{L_m} \right)^2 \left(\frac{4 \bar{P}_c}{3 \Delta P} + \frac{L_m}{L} \right) \approx \frac{k^m}{k_{eq}} \left(\frac{L}{L_m} \right)^2 \left(\frac{\bar{P}_c}{\Delta P} + \frac{L_m}{L} \right) \quad (5.10)$$

Данное выражение по общей структуре совпадает с выражением, приведенным в [89].

Как было показано выше, от структуры системы трещин зависят эквивалентная проницаемость среды k_{eq} и характерный размер блока пористой среды L_m . Для построения зависимостей λ_c , λ_m и λ_{eq} от параметра перколяции p при $p > p_c$ воспользуемся полученными ранее выражениями для k_{eq} (4.5) и L_m (3.4):

$$\begin{aligned} \frac{L_m}{L} &= B p^{-b} \\ \frac{k_{eq}}{k^m} &= \frac{k_c}{k^m} (p - p_c + 1)^\beta \end{aligned} \quad \text{при } p > p_c$$

На рис. (5.9) представлены зависимости, полученные в результате подстановки выражений для $k_{eq}(p)$ и $L_m(p)$ в (5.8, 5.9, 5.10). Из рисунка видно, что отношение λ_m/λ_{eq} монотонно убывает. Данное поведение свидетельствует о росте неоднородности процесса вытеснения нефти водой при увеличении связности системы трещин. Для развитых систем трещин закачиваемая в расчетную область вода преимущественно протекает по трещинам, не принимая участия в вытеснении нефти. Отношение λ_c/λ_{eq} , напротив, преимущественно возрастает: с ростом p увеличивается роль механизма капиллярной пропитки в процессе извлечения нефти. Данное поведение вызвано уменьшением характерного времени пропитки вследствие уменьшения характерного размера блока пористой среды L_m .

Наиболее интересным представляется рассмотрение зависимости $\frac{\lambda_c + \lambda_m}{\lambda_{eq}}$ от параметра перколяции p , которое, как и зависимость $\bar{\eta}(p)$ (рис. 5.8), имеет немонотонный характер. Убывание данной зависимости вблизи порога перколяции

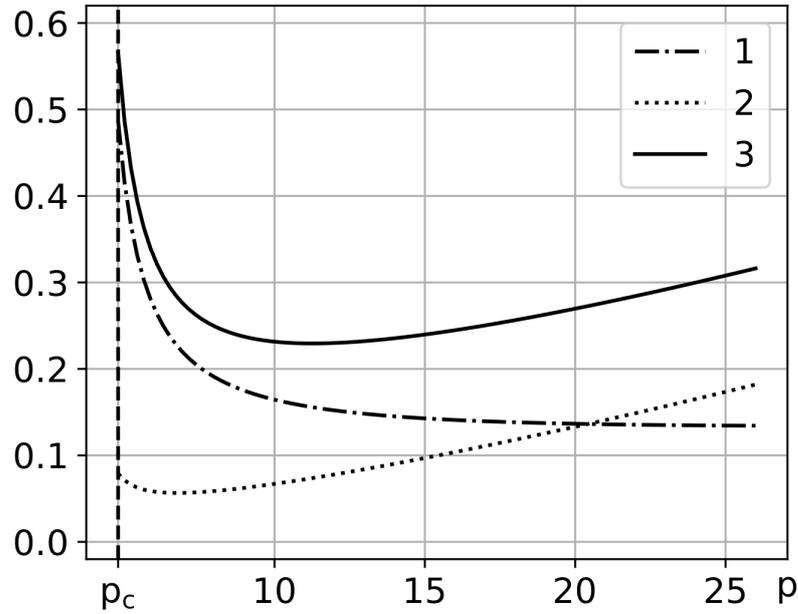


Рисунок 5.9 — Зависимость отношений обратных характерных времен от величины параметра перколяции p

$$1 - \lambda_m/\lambda_{eq}, 2 - \lambda_c/\lambda_{eq}, 3 - (\lambda_m + \lambda_c)/\lambda_{eq}$$

связано главным образом с быстрым ростом неравномерности вытеснения. Затем, по мере увеличения параметра перколяции, скорость убывания λ_m/λ_{eq} уменьшается. В это же время возрастает вклад капиллярной пропитки в процесс извлечения нефти, что приводит к немонотонному поведению рассматриваемой зависимости с минимумом при $p = 11.2$.

Таким образом, на основе качественного анализа получено объяснение немонотонного поведения осредненной зависимости доли извлеченной нефти от величины параметра перколяции $\bar{\eta}(p)$. Анализ проведен на основе модели двойной пористости. При этом учтены два основных механизма извлечения нефти из блоков пористой среды: пропитка под воздействием градиента давления в системе трещин и капиллярная пропитка. Для анализа использованы полученные ранее зависимости эквивалентной проницаемости k_{eq} и характерного размера блока L_m от параметра перколяции p .

5.3 Анализ коэффициента вариации доли извлеченной нефти

По аналогии с эквивалентной проницаемостью проведено исследование поведения отклонения величин расхода жидкости и доли извлеченной нефти

относительно их среднего значения. Расход жидкости на границе расчетной области q получен из решения однофазной задачи, его поведение аналогично поведению эквивалентной проницаемости, приведенному на рис. 4.3. Из рис. 5.8 видно, что наибольшая неопределенность значений доли извлеченной нефти η также имеет место вблизи порога протекания. При этом по мере удаления от порога перколяции расчетные точки приближаются к своему среднему значению, разброс значений уменьшается.

Для оценки степени отклонения расчетных значений q и η от их среднего значения по аналогии с эквивалентной проницаемостью использованы соответствующие коэффициент вариации CV_q и CV_η (4.6). С помощью метода скользящего окна были получены приведенные на рис. 5.10 зависимости коэффициента вариации для расхода жидкости на границе расчетной области q и доли извлечения нефти η от величины параметра перколяции p . Из рисунка видно, что зависимости $CV_q(p)$ и $CV_\eta(p)$ качественно повторяют друг друга и достигают максимальных значений вблизи порога протекания.

Под представительным объемом среды в данном случае будет пониматься такой размер расчетной области при достижении которого флуктуации наблюдаемых величин q и η становятся малы, что позволяет говорить об устойчивых значениях фильтрационных параметров трещиновато-пористых сред. Для определения границ представительности для однофазной задачи использовано пороговое значение $CV_q = 0.2$. На рис. 5.10а условию $CV_k < 0.2$ удовлетворяет 2 интервала, закрашенные зеленым: $0 < p < 1.9$ и $p > 13.2$. Данные интервалы параметра перколяции так же нанесены на рис. 5.10б, откуда видно что им соответствуют значения $CV_\eta < 0.1$. Это позволяет охарактеризовать значения η в данных интервалах как устойчивые и говорить о представительности рассматриваемого объема среды для двухфазного случая. Таким образом, в выделенных интервалах параметра перколяции значения q и η носят устойчивый характер, а рассматриваемая область является представительным объемом как в однофазной, так и в двухфазной постановке. Далее рассмотрим характерные особенности процесса вытеснения нефти водой, соответствующие выделенным интервалам.

Для систем трещин, соответствующих первому интервалу ($0 < p < 1.9$), характерны значения доли извлеченной нефти $\eta \approx 0.7$ близкие к показателю для пористой среды. Отличительной особенностью процесса вытеснения нефти здесь является наличие безводного периода добычи. Изолированные друг от

друга трещины приводят к искривлению фронта вытеснения, но не к прорыву воды по системе трещин. Данные особенности процесса вытеснения нефти характерны для среды с одной пористостью, что позволяет использовать здесь модель эффективной среды. В рамках модели эффективной среды наличие трещин может быть учтено в виде поправок к абсолютной проницаемости и к функциям относительных фазовых проницаемостей [69].

Второй интервал параметра перколяции ($p > 13.2$) соответствует развитым системам трещин, которые обеспечивают устойчивую связь источника и стока. Для трещиновато-пористых сред в данной области характерно блочное строение. Закачиваемая вода быстро прорывается по развитой системе трещин в область добычи. После прорыва воды происходит постепенное извлечение нефти из блоков пористой среды. Данные особенности строения трещиновато-пористых сред и процесса вытеснения нефти соответствуют допущениям модели двойной пористости одной проницаемости.

В то же время при $1.9 \leq p \leq 13.2$ не наблюдается устойчивых значений как расхода жидкости на границе расчетной области, так и доли извлеченной нефти. Размер рассматриваемой расчетной области оказывается меньше представительного объема, что накладывает ограничение на применимость континуальных моделей. Здесь для учета ключевых особенностей фильтрационных процессов необходимо детальное описание геометрического строения системы трещин в рамках модели дискретных трещин.

Таким образом, на основе анализа коэффициента вариации получены оценки интервалов параметра перколяции, для которых в масштабах рассматриваемой задачи достигается представительный объем трещиновато-пористой среды в однофазной и двухфазной постановках. Границы данных интервалов могут быть использованы для оценки применимости моделей эффективной среды и двойной пористости при моделировании фильтрации в трещиновато-пористых средах. Так как зависимости CV_q и CV_η от величины параметра перколяции p имеют схожее поведение, то определенные из однофазной задачи интервалы параметра перколяции также могут быть использованы в двухфазной постановке.

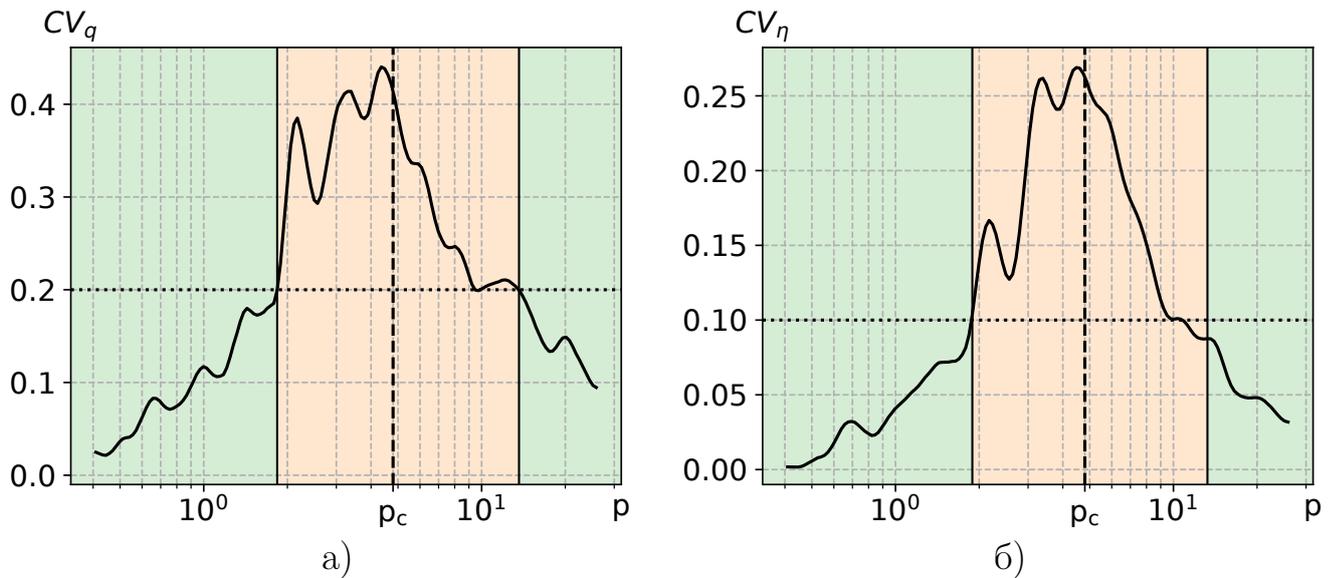


Рисунок 5.10 — Зависимость коэффициента вариации CV расхода жидкости q (а) и доли извлеченной нефти η (б) от параметра перколяции p

5.4 Исследование влияния напряженно-деформированного состояния на процесс вытеснения нефти водой для систем трещин различной связности

В данном пункте проведено исследование влияния изменения напряженно-деформированного состояния трещиновато-пористых сред, вызванного закачкой воды в расчетную область, на эффективность вытеснения нефти. Рассмотрено четыре варианта систем трещин, приведенных на рис. 5.11, с различными значениями параметра перколяции и одинаковым количеством трещин $n_f = 150$. Данные варианты выбраны таким образом, чтобы продемонстрировать влияние связности системы трещин на особенности процесса вытеснения нефти.

Первый вариант ($a = 3.5$) характеризуется слабой связностью $p = 1.3 < p_c$, в этом варианте система трещин состоит преимущественно из изолированных друг от друга трещин (рис. 5.11а). Для второго и третьего ($a = 2.5$) варианта системы трещин (рис. 5.11б и 5.11в) значения параметра перколяции $p = 4.2$ и 5.4 соответственно. Для данных вариантов $p \approx p_c$, при этом во втором варианте системы трещин перколяционный кластер отсутствует, в то время как для третьего варианта источник и сток оказываются связаны системой трещин. Для четвертого ($a = 3.5$) варианта (рис. 5.11г) параметр перколяции $p = 17.7 > p_c$, что позволяет отнести данную систему трещин к

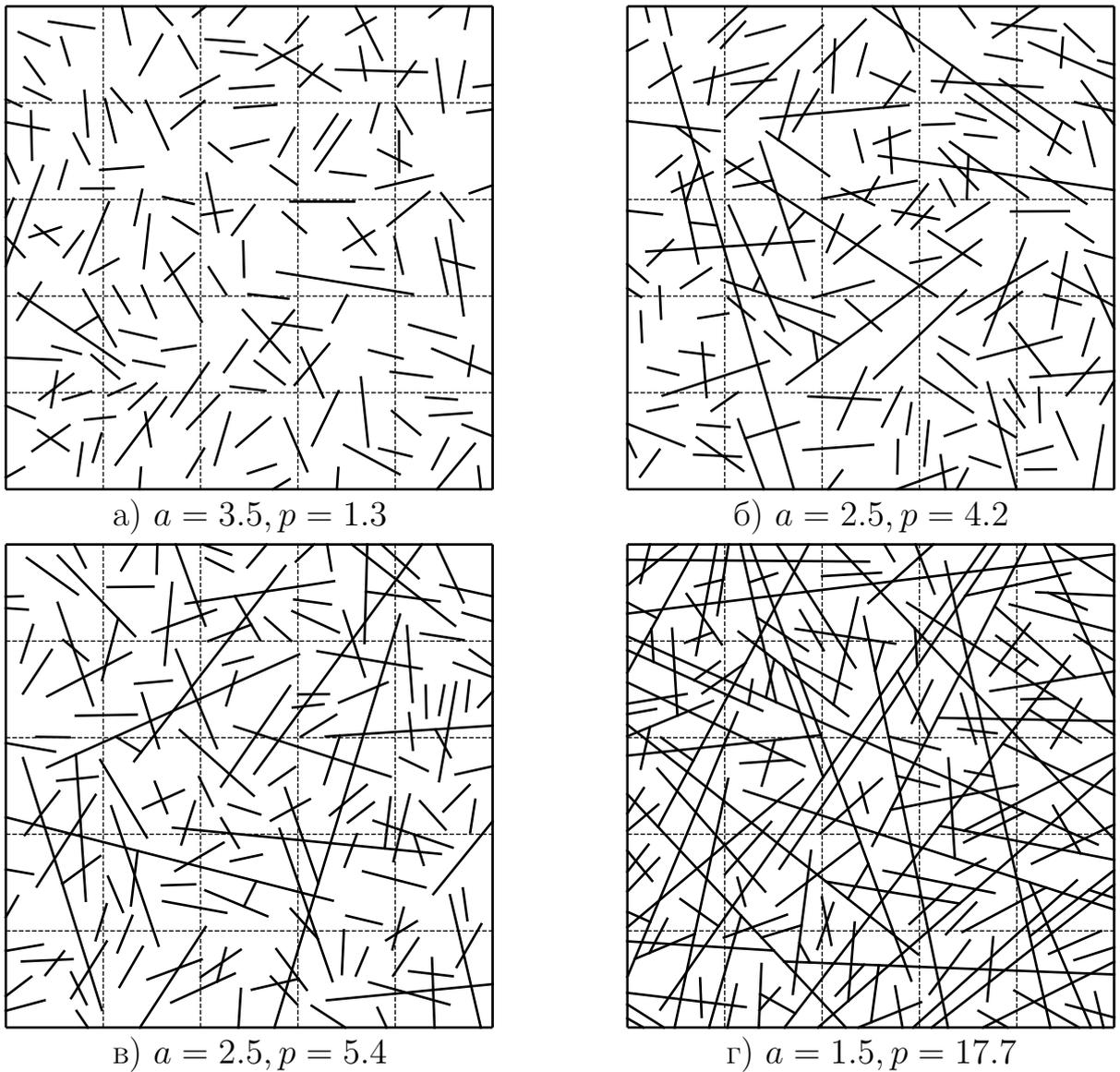


Рисунок 5.11 — Некоторые характерные варианты систем трещин с равным количеством трещин $n_f = 150$ и различными значениями параметра перколяции. Для вариантов (а), (б) источник и сток не связаны системой трещин, для вариантов (в), (г) источник и сток связаны системой трещин

сильносвязной. В соответствии с рис. 5.10 первый и четвертый варианты системы трещин находятся в интервалах представительности.

Для рассматриваемых вариантов систем трещин проведено численное моделирование процесса вытеснения нефти водой из трещиновато-пористой среды с учетом изменения ее напряженно-деформированного состояния, вызванного закачкой воды. Исследование выполнено для четырех значений давления закачки воды $P_{inj} = 12.5, 15.0, 17.5$ и 20.0 МПа при постоянном давлении в области добычи $P_{prod} = P_{init} = 10.0$ МПа. Величина внешней нагрузки $\sigma_b = 20.0$ МПа. Расчеты проведены до моментов времени, соответствующих $\chi = 3$.

Сначала рассмотрим влияние связности системы трещин на процесс вытеснения нефти из исследуемых трещиновато-пористых сред. Для этого остановимся на способах представления информации об процессе извлечении нефти. На практике для оценки эффективности проводимых мероприятий, направленных на повышение нефтеотдачи, и прогнозирования объемов извлечения нефти широкое распространение получил инструмент характеристик вытеснения [137]. Одной из групп характеристик вытеснения являются кривые обводнения, которые представляют собой зависимость между накопленными отборами и обводненностью добываемой продукции. Кривые обводнения характеризуют процесс обводнения скважин, участка или всего месторождения в зависимости от накопленной добычи воды, нефти или жидкости.

На рис. 5.12 результаты численного моделирования представлены в виде кривых обводнения, которые представляют собой зависимости доли извлеченной нефти η от обводненности добываемой жидкости $f_w = \frac{q_w}{q_o + q_w} \Big|_{\Gamma_e}$. Для рассматриваемых вариантов систем трещин наблюдается различное качественное поведение данной зависимости. При этом из графиков видно, что в конце расчета (при $\chi = 3$) обводненность добываемой жидкости для всех вариантов близка к 0.95. Основные отличия между вариантами систем трещин видны в начальные моменты времени (при малых обводненностях), в то же время при значениях $f_w > 0.8$ кривые имеют общую тенденцию: угол наклона зависимости растет, кривые стремятся к точке $\eta = 1, f_w = 1$.

Для первого и второго варианта системы трещин (рис. 5.12а и 5.12б) наблюдается безводный период добычи. При этом с ростом параметра перколяции (увеличением связности системы трещин) продолжительность периода добычи чистой нефти уменьшается. Для третьего и четвертого варианта системы трещин (рис. 5.12в и 5.12г) безводный период добычи практически отсутствует. Данное поведение объясняется быстрым прорывом воды по системе трещин, связывающей источник и сток. При этом для более развитой системы трещин характерно большее значение обводненности в момент прихода воды по системе трещин к области добычи. Тангенс угла наклона зависимости $\eta(f)$ характеризует скорость роста обводненности: чем больше угол наклона, тем медленнее растет обводненность добываемой продукции. Из рис. 5.12в и 5.12г видно, что сразу после прорыва воды для более развитой системы трещин величина $\partial\eta/\partial f_w$ больше, что связано с большей площадью контакта системы

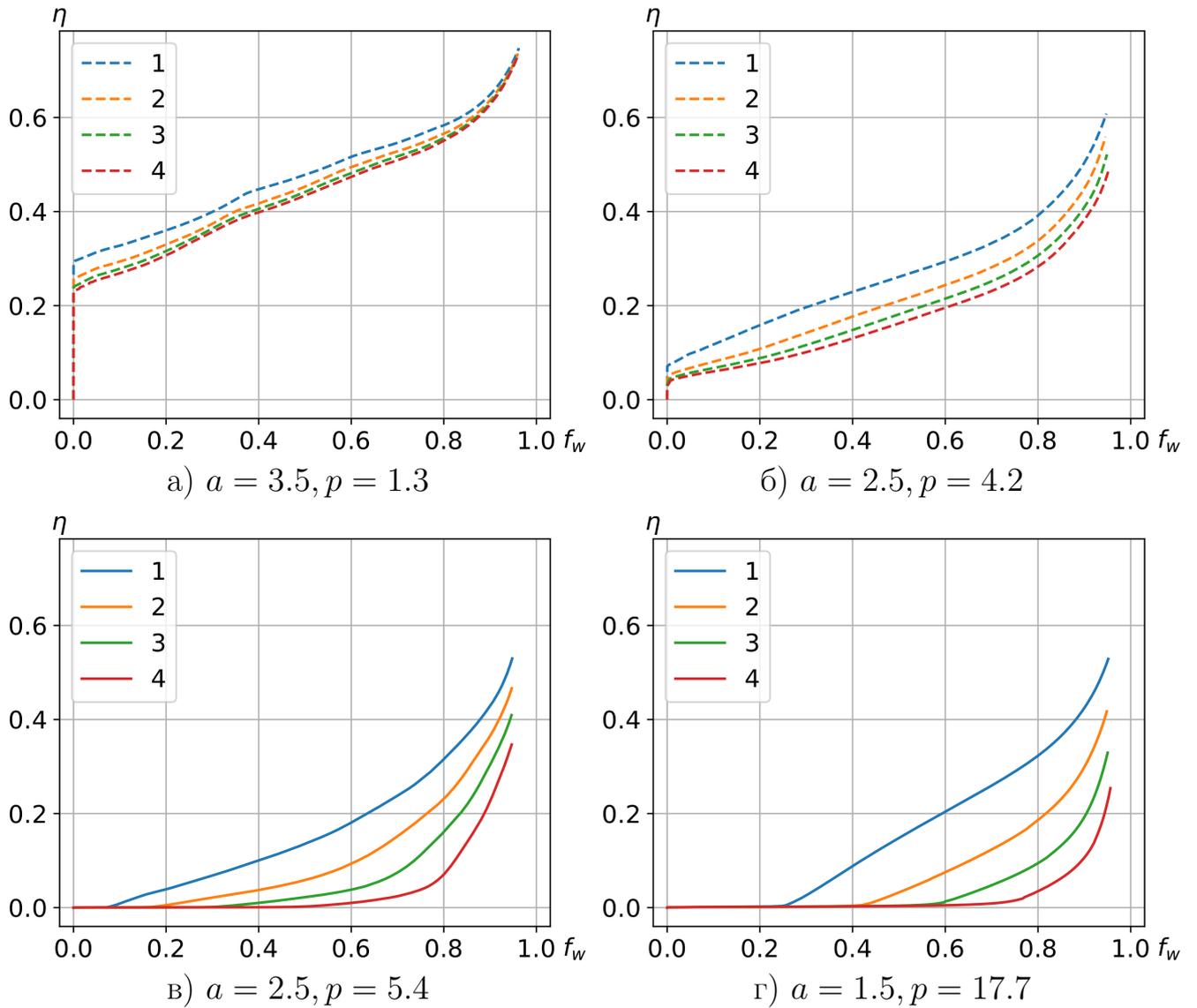


Рисунок 5.12 — Зависимость коэффициента извлечения нефти η от обводненности f_w для первого (а), второго (б), третьего (в) и четвертого (г) вариантов системы трещин при различных давлениях закачки. Сплошные линии соответствуют наличию перколяционного кластера, пунктирные — отсутствию перколяционного кластера.

1 — $P_{inj} = 12.5$ МПа, 2 — $P_{inj} = 15.0$ МПа, 3 — $P_{inj} = 17.5$ МПа, 4 — $P_{inj} = 20.0$ МПа

трещин с пористой средой и, как следствие, с большей интенсивностью массообмена между средами.

Результаты расчетов также могут быть представлены в виде зависимости доли извлеченной нефти от безразмерного объема закачанной воды $\eta(\chi)$. Для рассматриваемых вариантов систем трещин зависимость $\eta(\chi)$ представлена на рис. 5.13. Из данного графика хорошо видно, что увеличение связности

системы трещин приводит к уменьшению доли извлеченной нефти при равных объемах закачанной воды. Тангенс угла наклона $\partial\eta/\partial\chi$ имеет смысл текущей эффективности вытеснения, или объема нефти вытесняемого за счет единицы объема закачанной воды. До момента прорыва воды угол наклона данной зависимости равен 1, что характерно для первых двух вариантов системы трещин. После прорыва воды происходит выполаживание зависимости $\eta(\chi)$, что свидетельствует о снижении текущей эффективности извлечения нефти (увеличении обводненности добываемой продукции).

Рассмотрим влияние изменения напряженно-деформированного состояния трещиновато-пористой среды, вызванного закачкой воды в расчетную область, на зависимости $\eta(f_w)$ и $\eta(\chi)$. Из рис. (5.13) видно, что увеличение давления закачки приводит к снижению доли извлеченной нефти для всех систем трещин. При этом относительное изменение величины η при увеличении P_{inj} возрастает с увеличением параметра перколяции p . Так, для первого варианта системы трещин ($p = 1.3$) относительное изменение доли извлеченной нефти при $\chi = 3$ не превосходит 3%. В то время как для четвертого варианта системы трещин ($p = 17.7$) увеличение давления закачки с 12.5 до 20.0 МПа приводит к уменьшению значения $\eta(\chi = 3)$ примерно в 2 раза. Причиной снижения η , как видно из рис. 5.12, является рост обводненности добываемой продукции f_w , вызванный увеличением P_{inj} . При этом наиболее сильное влияние давления закачки на обводненность наблюдается в ранние моменты времени, после прихода фронта вытеснения по системе трещин, при наличии перколяционного кластера (варианты 3 и 4).

Проведем качественный анализ зависимости доли извлеченной нефти η от величины давления закачки P_{inj} и определим основные параметры влияющие на эффективность вытеснения нефти водой. Для этого воспользуемся рассмотренной ранее моделью двойной пористости. Данная модель наиболее близка к четвертому варианту системы трещин ($p = 17.7$), для которого наблюдается наибольшее влияние напряженно-деформированного состояния на процесс вытеснения нефти водой. Для анализа наблюдаемых зависимостей обратимся к рассмотрению аналитической зависимости $\eta(\chi)$ (5.7), величин λ_c , λ_m , λ_{eq} и их отношений (5.8 – 5.10). В данном случае рассмотрим зависимость обратных характерных времен от величины давления закачки воды P_{inj} . Изменение P_{inj} приводит к изменению перепада давления ΔP между противоположными границами расчетной области и эквивалентной проницаемости k_{eq} , которая

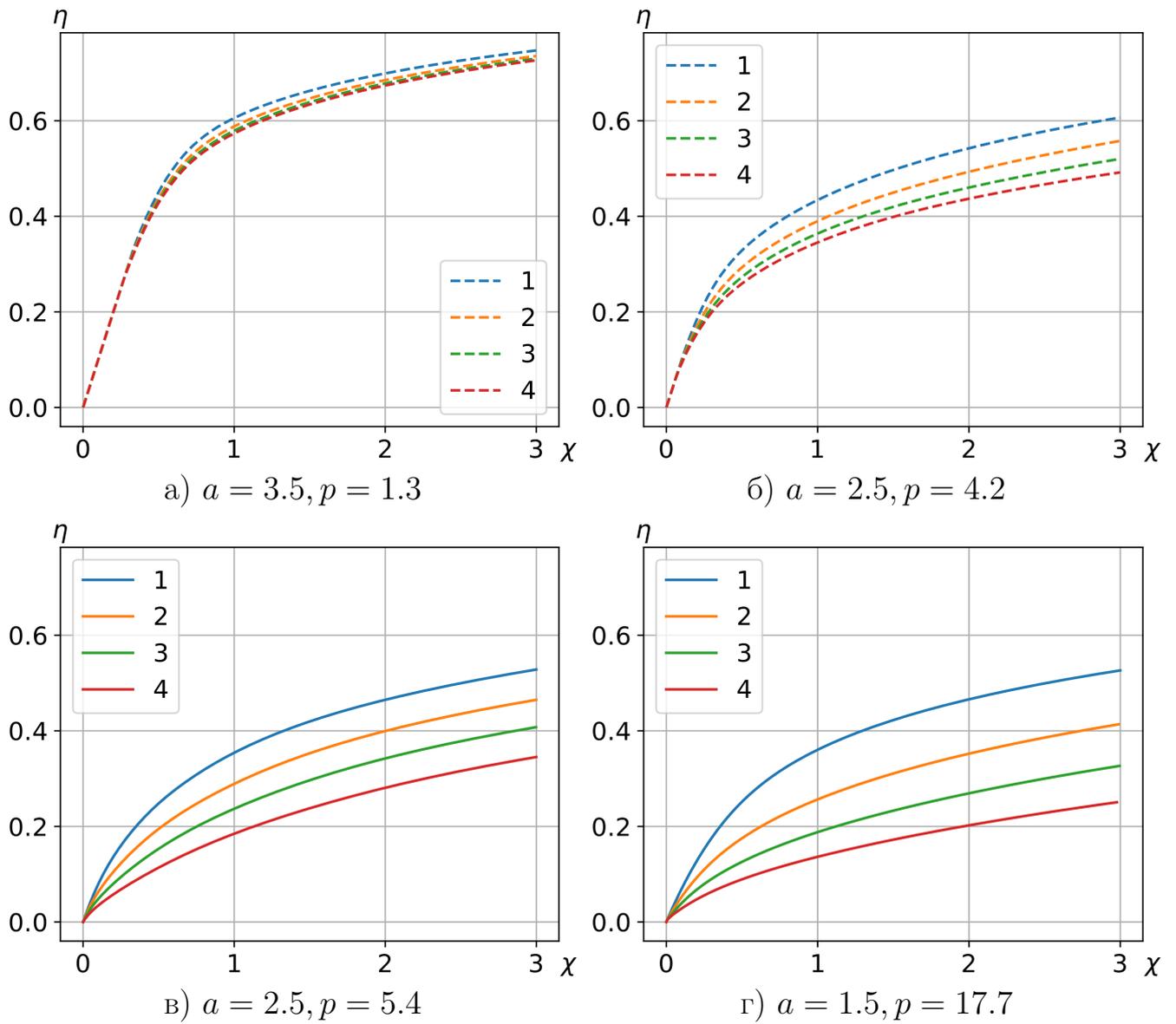


Рисунок 5.13 — Зависимость коэффициента извлечения нефти η от безразмерного объема закачанной воды χ для первого (а), второго (б), третьего (в) и четвертого (г) вариантов системы трещин при различных давлениях закачки. Сплошные линии соответствуют наличию перколяционного кластера, пунктирные — отсутствию перколяционного кластера.

1 — $P_{inj} = 12.5$ МПа, 2 — $P_{inj} = 15.0$ МПа, 3 — $P_{inj} = 17.5$ МПа, 4 — $P_{inj} = 20.0$ МПа

связана с напряженно-деформированным состоянием среды. Остальные величины от P_{inj} не зависят.

Изменение напряженно-деформированного состояния среды будем рассматривать относительно ее недеформированного состояния (нижний индекс 0). Для учета зависимости эквивалентной проницаемости от напряженно-деформированного состояния среды воспользуемся выражением (4.8) в общем виде, учитывая, что рассматривается развитая система трещин ($S(p) \approx 1$):

$$k_{eq} = \left(k_{\parallel}^I / k_{\parallel 0}^I \right) k_{eq,0}$$

При использовании нелинейной модели деформационных свойств трещины (2.5) при $u_n^{max} = -\delta_0$ можно показать, что

$$\frac{\delta}{\delta_0} = \frac{1}{1 + \sigma'_n / k_{n0} \delta_0} = \frac{1}{1 + \sigma_n'^*}, \quad (5.11)$$

где $\sigma_n'^* = \sigma'_n / k_{n0} \delta_0$ — безразмерное нормальное напряжение, действующее на трещину.

В этом случае выражение для эквивалентной проницаемости может быть записано в виде:

$$k_{eq} = \left(\frac{k_{\parallel}^I}{k_{\parallel 0}^I} \right) k_{eq,0} = \left(\frac{\delta}{\delta_0} \right)^3 k_{eq,0} = \left(\frac{1}{1 + \sigma_n'^*} \right)^3 k_{eq,0} \quad (5.12)$$

Тогда выражения (5.8 – 5.10) принимают следующий вид:

$$\frac{\lambda_m}{\lambda_{eq}} = \frac{\bar{\varphi} \bar{\mu} k^m}{\varphi^m \mu k_{eq,0}} \frac{L}{L_m} \left(1 + \sigma_n'^* \right)^3 \approx \frac{k^m}{k_{eq,0}} \frac{L}{L_m} \left(1 + \sigma_n'^* \right)^3 \quad (5.13)$$

$$\frac{\lambda_c}{\lambda_{eq}} = \frac{4}{3} \frac{\bar{\varphi} \bar{\mu} k^m}{\varphi^m \mu k_{eq,0}} \frac{L^2}{L_m^2} \frac{\bar{P}_c}{\Delta P} \left(1 + \sigma_n'^* \right)^3 \approx \frac{k^m}{k_{eq,0}} \frac{L^2}{L_m^2} \frac{\bar{P}_c}{\Delta P} \left(1 + \sigma_n'^* \right)^3 \quad (5.14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_c + \lambda_m}{\lambda_{eq}} &= \frac{\bar{\varphi} \bar{\mu} k^m}{\varphi^m \mu k_{eq,0}} \left(\frac{L}{L_m} \right)^2 \left(\frac{4}{3} \frac{\bar{P}_c}{\Delta P} + \frac{L_m}{L} \right) \left(1 + \sigma_n'^* \right)^3 \approx \\ &\approx \frac{k^m}{k_{eq,0}} \left(\frac{L}{L_m} \right)^2 \left(\frac{\bar{P}_c}{\Delta P} + \frac{L_m}{L} \right) \left(1 + \sigma_n'^* \right)^3 \end{aligned} \quad (5.15)$$

В качестве $\sigma_n'^*$ использовалась среднее значение эффективного напряжения в расчетной области $\sigma_n'^* = \frac{k_{n0} \delta_0}{k_{n0} \delta_0 + \sigma_b + \bar{P}}$, где $\bar{P} = (P_{inj} + P_{prod}) / 2$. Зависимости (5.13

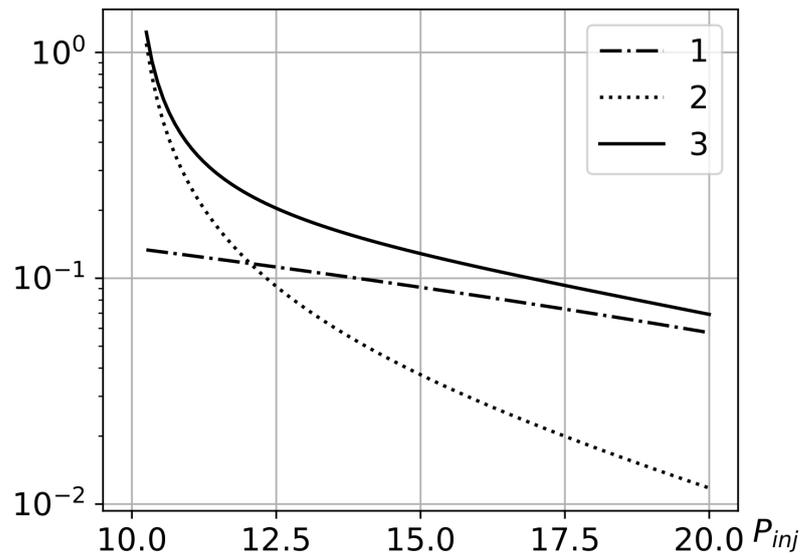


Рисунок 5.14 — Зависимость отношений обратных характерных времен от величины давления закачки P_{inj}

$$1 - \lambda_m/\lambda_{eq}, 2 - \lambda_c/\lambda_{eq}, 3 - (\lambda_m + \lambda_c)/\lambda_{eq}$$

– 5.15) приведены на рис. 5.14, откуда видно, что отношение λ_m/λ_{eq} , характеризующее равномерность вытеснения, уменьшается с ростом давления P_{inj} . Данное поведение связано с увеличением эквивалентной проницаемости, вызванным раскрытием трещин при повышении давления закачки. Из графика также следует, что вклад механизма капиллярной пропитки в вытеснение нефти уменьшается с ростом P_{inj} . Уменьшение отношения λ_c/λ_{eq} происходит как за счет увеличения перепада давления ΔP , так и за счет роста эквивалентной проницаемости. При этом отношение λ_c/λ_{eq} убывает заметно быстрее чем λ_m/λ_{eq} . Данное поведение приводит к тому, что при росте P_{inj} зависимость $(\lambda_m + \lambda_c)/\lambda_{eq} \rightarrow \lambda_m/\lambda_{eq}$.

При малых давлениях закачки извлечение нефти происходит как за счет поддержания градиента давления в системе трещин, так и за счет капиллярной пропитки. Однако, при увеличении давления закачки роль капиллярных сил быстро падает и основным механизмом вытеснения нефти из блоков пористой среды остается градиент давления в системе трещин.

5.5 Основные результаты главы 5

В данной главе на основе многовариантных численных расчетов исследованы особенности и закономерности процесса вытеснения нефти водой из трещиновато-пористых сред с различной структурой системы трещин. Полученные результаты показывают, что эффективность процесса вытеснения нефти водой в значительной степени зависит от структура системы трещин. В результате численного моделирования обнаружена немонотонная осредненная зависимость доли извлеченной нефти от величины параметра перколяции $\bar{\eta}(p)$. На основе качественного анализа, выполненного с использованием модели двойной пористости, получено объяснение немонотонного поведения данной зависимости. При анализе учтены два основных механизма извлечения нефти из блоков пористой среды: вытеснение под воздействием градиента давления в системе трещин и капиллярная пропитка.

На основе анализа зависимости коэффициентов вариации расхода жидкости и доли извлеченной нефти от параметра перколяции получены оценки интервалов параметра перколяции для которых достигается представительный объем трещиновато-пористой среды в однофазной и двухфазной постановках. Границы данных интервалов могут быть использованы для оценки применимости моделей эффективной среды и двойной пористости при моделировании фильтрации в трещиновато-пористых средах. Так как зависимости CV_q и CV_η от p качественно повторяют друг друга, то определенные из однофазной задачи интервалы параметра перколяции могут быть использованы в двухфазной постановке.

Исследовано влияние величины давления закачки воды в пласт на процесс вытеснения нефти. Показано, что степень влияния давления закачки на эффективность извлечения нефти из трещиноватых пластов существенно зависит от структуры системы трещин и возрастает с ростом параметра перколяции. Так, для рассматриваемой системы трещин при $p = 1.3$ увеличение давления закачки не приводит к существенному изменению коэффициента извлечения нефти. В то же время при $p = 17.7$ увеличение давления закачки приводит к снижению коэффициента извлечения нефти почти в 2 раза.

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем:

1. Разработан программный комплекс для случайной генерации системы трещин, построения расчетных сеток и численного моделирования фильтрации в деформируемых трещиновато-пористых средах. В вычислительном модуле реализована модель двухфазной фильтрации в пороупругой трещиновато-пористой среде, моделирование трещиноватости выполнено в рамках модели дискретных трещин.
2. Выполнено исследование зависимости эквивалентной проницаемости трещиновато-пористых сред от структуры системы трещин для вариантов систем трещин, полученных путем множественной случайной генерации. Полученные результаты показывают, что фильтрационные свойства трещиновато-пористой среды определяются главным образом параметром перколяции, характеризующим структуру системы трещин. При этом вблизи порога протекания наблюдается изменение характера поведения эквивалентной проницаемости и ее резкий рост. В то же время плотность системы трещин для использованного степенного закона распределения трещин по длинам не позволяет с удовлетворительной точностью описать эквивалентную проницаемость среды.
3. Изучена зависимость эквивалентной проницаемости трещиновато-пористой среды от ее напряженно-деформированного состояния. Установлено, что для связных систем трещин напряженно-деформированное состояние существенно влияет на фильтрационные свойства среды: изменение эквивалентной проницаемости для проведенных расчетов достигало 30%. Для слабосвязных систем трещин максимальное относительное изменение проницаемости составляет менее 1%. Таким образом, структура системы трещин оказывает первостепенное влияние на фильтрационные свойства среды, в то время как напряженно-деформированное состояние оказывает существенное влияние на проницаемость только для развитых систем трещин.
4. Предложена формула для описания зависимости эквивалентной проницаемости трещиновато-пористой среды от параметров, характеризующих структуру системы трещин, напряженно-деформированное

- состояние среды, деформационные и фильтрационные свойства трещин. Данная формула имеет вид непрерывной кусочно-заданной функции и учитывает основные закономерности процесса фильтрации в трещиновато-пористых средах.
5. Исследованы фильтрационные потоки между добывающей и нагнетательной скважинами в трещиновато-пористом пласте для систем трещин с различной структурой. Показано, что дебиты добывающей скважины, полученные в результате численного моделирования, характеризуются высокой степенью неопределенности, связанной с вероятностным характером связи скважин с системой трещин. Предложен подход для упрощенного расчета дебита скважины, который использует аналитическую зависимость эквивалентной проницаемости трещиновато-пористой среды от параметра перколяции, полученную при рассмотрении задачи о фильтрации жидкости между границами расчетной области.
 6. Исследован процесс вытеснения нефти водой из трещиновато-пористых сред для систем трещин с различной структурой. Выявлен немонотонный характер осредненной зависимости доли извлеченной нефти от параметра перколяции с минимумом при $p > p_c$. На основе качественного анализа, выполненного с использованием модели двойной пористости, получено объяснение немонотонного поведения данной зависимости. При анализе учтены два основных механизма извлечения нефти из блоков пористой среды: вытеснение под воздействием градиента давления в системе трещин и капиллярная пропитка.
 7. Исследовано влияние величины давления закачки воды на процесс вытеснения нефти из трещиновато-пористых сред. Показано, что степень влияния давления закачки на эффективность извлечения нефти существенно зависит от структуры системы трещин и возрастает с ростом параметра перколяции. Так, для рассматриваемой системы трещин при $p = 1.3$ увеличение давления закачки не приводит к существенному изменению коэффициента извлечения нефти. В то же время при $p = 17.7$ увеличение давления закачки приводит к снижению коэффициента извлечения нефти почти в 2 раза.
 8. Исследована зависимость коэффициента вариации расхода добываемой жидкости (эквивалентной проницаемости) CV_q и доли извлеченной

нефти CV_{η} от величины параметра перколяции p . Показано, что зависимости $CV_q(p)$ и $CV_{\eta}(p)$ имеют схожее поведение: обе зависимости имеют максимум вблизи порога перколяции p_c , по мере удаления от p_c величины коэффициентов вариации уменьшаются. На основе анализа CV_q и CV_{η} получены два интервала параметра перколяции для которых рассматриваемая расчетная область является представительным объемом: $0 < p < 1.9$ и $p > 13.2$. Границы данных интервалов могут быть использованы для оценки применимости моделей эффективной среды и двойной пористости при моделировании фильтрации в трещиновато-пористых средах.

Список литературы

1. *Голф-Рахт, Т. Д.* Основы нефтепромысловой геологии и разработки трещиноватых коллекторов / Т. Д. Голф-Рахт. — М.: Недра, 1986. — 608 с.
2. *Nelson, R. A.* Geologic Analysis of Naturally Fractured Reservoirs / R. A. Nelson. — Second edition. — Gulf Professional Publishing, 2001. — P. 352.
3. *Narr, W.* Naturally Fractured Reservoir Characterization / W. Narr, D. S. Schechter, L. B. Thompson. — Society of Petroleum Engineers, 2006. — P. 112. — DOI: [10.2118/9781613999615](https://doi.org/10.2118/9781613999615).
4. *Kharrat, R.* A Comprehensive Review of Fracture Characterization and Its Impact on Oil Production in Naturally Fractured Reservoirs / R. Kharrat, H. Ott // Energies. — 2023. — Vol. 16, no. 8. — DOI: [10.3390/en16083437](https://doi.org/10.3390/en16083437).
5. Принципы оптимизации систем заводнения месторождений, осложненных малоамплитудными тектоническими нарушениями / О. Н. Пичугин [и др.] // Российская нефтегазовая техническая конференции SPE. — Society of Petroleum Engineers, 2015. — SPE-176697—MS. — DOI: [10.2118/176697-MS](https://doi.org/10.2118/176697-MS).
6. Validity of Cubic Law for fluid flow in a deformable rock fracture / P. A. Witherspoon [et al.] // Water Resources Research. — 1980. — Vol. 16, no. 6. — P. 1016—1024. — DOI: [10.1029/WR016i006p01016](https://doi.org/10.1029/WR016i006p01016).
7. *Rutqvist, J.* The role of hydromechanical coupling in fractured rock engineering / J. Rutqvist, O. Stephansson // Hydrogeology Journal. — 2003. — Vol. 11, no. 1. — P. 7—40. — DOI: [10.1007/s10040-002-0241-5](https://doi.org/10.1007/s10040-002-0241-5).
8. Stress-dependent permeability of fractured rock masses: a numerical study / K.-B. Min [et al.] // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. — 2004. — Vol. 41, no. 7. — P. 1191—1210. — DOI: [10.1016/j.ijrmms.2004.05.005](https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2004.05.005).
9. *Zoback, M. D.* Reservoir Geomechanics / M. D. Zoback. — Cambridge University Press, 2010.
10. *Xu, C.* A new computer code for discrete fracture network modelling / C. Xu, P. Dowd // Computers & Geosciences. — 2010. — Vol. 36, no. 3. — P. 292—301. — DOI: [10.1016/j.cageo.2009.05.012](https://doi.org/10.1016/j.cageo.2009.05.012).

11. *Gutierrez, M.* Effects of fracture distribution and length scale on the equivalent continuum elastic compliance of fractured rock masses / M. Gutierrez, D.-J. Youn // *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*. — 2015. — Vol. 7, no. 6. — P. 626—637. — DOI: [10.1016/j.jrmge.2015.07.006](https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2015.07.006).
12. Review: Mathematical expressions for estimating equivalent permeability of rock fracture networks / R. Liu [et al.] // *Hydrogeology Journal*. — 2016. — Vol. 24, no. 7. — P. 1623—1649. — DOI: [10.1007/s10040-016-1441-8](https://doi.org/10.1007/s10040-016-1441-8).
13. *Кочарян, Г. Г.* Геомеханика разломов / Г. Г. Кочарян. — М.: ГЕОС, 2016. — 424 с.
14. *Рац, М. В.* Трещиноватость и свойства трещиноватых горных пород / М. В. Рац, С. Н. Чернышев. — М.: Недра, 1970. — 164 с.
15. *Михайлов, Н. Н.* Физика нефтяного и газового пласта (физика нефтегазовых пластовых систем). Том 1 / Н. Н. Михайлов. — М.: МАКС Пресс, 2008. — 448 с.
16. *Sævik, P. N.* Inclusion of Topological Measurements into Analytic Estimates of Effective Permeability in Fractured Media / P. N. Sævik, C. W. Nixon // *Water Resources Research*. — 2017. — Vol. 53, no. 11. — P. 9424—9443. — DOI: [10.1002/2017WR020943](https://doi.org/10.1002/2017WR020943).
17. Development characteristics of multi-scale fracture network systems in metamorphic buried hills / L. Mi [et al.] // *Frontiers in Earth Science*. — 2023. — Vol. Volume 10 —2022. — DOI: [10.3389/feart.2022.1108032](https://doi.org/10.3389/feart.2022.1108032).
18. *Блонский, А. В.* Моделирование течений в дискретной системе трещин: физико-математическая модель / А. В. Блонский, Д. А. Митрушкин, Е. Б. Савенков // *Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша*. — Москва, 2017. — № 65. — С. 1—28. — DOI: [10.20948/prepr-2017-65](https://doi.org/10.20948/prepr-2017-65).
19. *Odling, N. E.* Scaling and connectivity of joint systems in sandstones from western Norway / N. E. Odling // *Journal of Structural Geology*. — 1997. — Vol. 19, no. 10. — P. 1257—1271. — DOI: [10.1016/S0191-8141\(97\)00041-2](https://doi.org/10.1016/S0191-8141(97)00041-2).
20. Variations in fracture system geometry and their implications for fluid flow in fractured hydrocarbon reservoirs / N. Odling [et al.] // *Petroleum Geoscience*. — 1999. — Vol. 5. — P. 373—384. — DOI: [10.1144/petgeo.5.4.373](https://doi.org/10.1144/petgeo.5.4.373).

21. Scaling of fracture systems in geological media / E. Bonnet [et al.] // *Reviews of Geophysics*. — 2001. — Vol. 39, no. 3. — P. 347—383. — DOI: [10.1029/1999RG000074](https://doi.org/10.1029/1999RG000074).
22. A statistical scaling model for fracture network geometry, with validation on a multiscale mapping of a joint network (Hornelen Basin, Norway) / O. Bour [et al.] // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. — 2002. — Vol. 107, B6. — ETG 4-1-ETG 4—12. — DOI: [10.1029/2001JB000176](https://doi.org/10.1029/2001JB000176).
23. *Torabi, A.* Scaling of fault attributes: A review / A. Torabi, S. S. Berg // *Marine and Petroleum Geology*. — 2011. — Vol. 28, no. 8. — P. 1444—1460. — DOI: [10.1016/j.marpetgeo.2011.04.003](https://doi.org/10.1016/j.marpetgeo.2011.04.003).
24. *Иудин, Д. И.* Фракталы: от простого к сложному / Д. И. Иудин. — Н. Новгород: ННГАСУ, 2012. — С. 200.
25. X-ray tomography in petrophysical studies of core samples from oil and gas fields / S. V. Galkin [et al.] // *Russian Geology and Geophysics*. — 2015. — Vol. 56, no. 5. — P. 782—792. — DOI: [10.1016/j.rgg.2015.04.009](https://doi.org/10.1016/j.rgg.2015.04.009).
26. Восстановление структуры порового пространства на основании обработки данных томографии / В. Б. Бетелин [и др.] // *Вестник кибернетики*. — 2018. — Т. 30, № 2. — С. 87—92.
27. *Гурбатова, И. П.* Влияние структуры порового пространства на масштабный эффект при изучении фильтрационно-емкостных свойств сложнопостроенных карбонатных коллекторов / И. П. Гурбатова, В. А. Кузьмин, Н. Н. Михайлов // *Геология Нефти и Газа*. — 2011. — № 2. — С. 74—82.
28. *Михайлов, Н. Н.* Исследование статистических закономерностей проявления масштабных эффектов в сложнопостроенных карбонатных коллекторах / Н. Н. Михайлов, В. И. Полищук // *Георесурсы, геоэнергетика, геополитика*. — 2014. — Т. 9, № 1.
29. Reservoir Modeling to Characterize Dual Porosity, Tengiz Field, Republic Of Kazakhstan / T. Tankersley [et al.] // *SPE Caspian Carbonates Technology Conference*. — Society of Petroleum Engineers, 2010. — SPE-139836—MS. — DOI: [10.2118/139836-MS](https://doi.org/10.2118/139836-MS).
30. Численное решение коэффициентной обратной задачи для деформируемого трещиновато-пористого пласта / М. Х. Хайруллин [и др.] // *Математическое моделирование*. — 2008. — Т. 20, № 11. — С. 35—40.

31. Определение фильтрационных свойств деформируемого трещиновато-пористого пласта по результатам гидродинамических исследований горизонтальных скважин / А. И. Абдуллин [и др.] // Инженерно-физический журнал. — 2014. — Т. 87, № 5. — С. 1017—1021.
32. Application of Well Tests for Naturally Fractured Reservoir's Analysis with Complex Void Structure / A. Akberova [et al.] // SPE Russian Petroleum Technology Conference. — Society of Petroleum Engineers, 2018. — D033S022R011. — DOI: [10.2118/191586-18RPTC-MS](https://doi.org/10.2118/191586-18RPTC-MS).
33. Опыт проведения импульсного динамического исследования в трещиноватом газовом пласте / А. В. Гаврилов [и др.] // Актуальные проблемы нефти и газа. — 2023. — 2(41). — С. 124—140. — DOI: [10.29222/ipng.2078-5712.2023-41.art8](https://doi.org/10.29222/ipng.2078-5712.2023-41.art8).
34. Equivalence of Discrete Fracture Network and Porous Media Models by Hydraulic Tomography / Y. Dong [et al.] // Water Resources Research. — 2019. — Vol. 55, no. 4. — P. 3234—3247. — DOI: [10.1029/2018WR024290](https://doi.org/10.1029/2018WR024290).
35. Tracer Simulation to Improve the Reservoir Model in the Snorre Field / E. Ali [et al.] // SPE International Oil and Gas Conference and Exhibition in China. — Society of Petroleum Engineers, 2000. — SPE-64796—MS. — DOI: [10.2118/64796-MS](https://doi.org/10.2118/64796-MS).
36. *Мартюшев, Д. А.* Определение раскрытости и сжимаемости естественных трещин карбонатной залежи логовского месторождения / Д. А. Мартюшев, А. В. Лекомцев, А. Г. Котоусов // Вестник ПНИПУ. Геология. Нефтегазовое и горное дело. — 2015. — Т. 14, № 16. — С. 69—69.
37. An Integrated Workflow to Account for Multi-Scale Fractures in Reservoir Simulation Models: Implementation and Benefits / B. Bourbiaux [et al.] // Abu Dhabi International Petroleum Exhibition and Conference. — Society of Petroleum Engineers, 2002. — SPE-78489—MS. — DOI: [10.2118/78489-MS](https://doi.org/10.2118/78489-MS).
38. In The Rain With No Umbrella: How To Model With Scant Fracture Data / O. Fernandez [et al.] // SPE Reservoir Characterisation and Simulation Conference and Exhibition. — Society of Petroleum Engineers, 2009. — SPE-125514—MS. — DOI: [10.2118/125514-MS](https://doi.org/10.2118/125514-MS).

39. *Закревский, К. Е.* Особенности геологического 3D моделирования карбонатных и трещинных резервуаров / К. Е. Закревский, А. С. Кундин. — М.: ООО «Белый Ветер», 2016. — 404 с.
40. *Baytok, S.* Fault and fracture distribution within a tight-gas sandstone reservoir: Mesaverde Group, Mamm Creek Field, Piceance Basin, Colorado, USA / S. Baytok, M. J. Pranter // *Petroleum Geoscience*. — 2013. — Vol. 19, no. 3. — P. 203—222. — DOI: [10.1144/petgeo2011-093](https://doi.org/10.1144/petgeo2011-093).
41. Особенности геологического и гидродинамического моделирования трещинных резервуаров в древних комплексах Восточной Сибири / В. В. Харахинов [и др.] // *Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений*. — 2013. — № 2. — С. 11—20.
42. *Feng, S.* A Combined Geological, Geophysical and Rock Mechanics Approach to Naturally Fractured Reservoir Characterization and Its Applications / S. Feng, L. Shuiquan // *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. — Society of Petroleum Engineers, 2004. — SPE-90275—MS. — DOI: [10.2118/90275-MS](https://doi.org/10.2118/90275-MS).
43. *Berkowitz, B.* Percolation theory and its application to groundwater hydrology / B. Berkowitz, I. Balberg // *Water Resources Research*. — 1993. — Vol. 29, no. 4. — P. 775—794. — DOI: [10.1029/92WR02707](https://doi.org/10.1029/92WR02707).
44. *Berkowitz, B.* Analysis of fracture network connectivity using percolation theory / B. Berkowitz // *Mathematical Geology*. — 1995. — Vol. 27, no. 4. — P. 467—483. — DOI: [10.1007/BF02084422](https://doi.org/10.1007/BF02084422).
45. *Селяков, В. И.* Перколяционные модели переноса в микронеоднородных средах / В. И. Селяков, В. В. Кадет. — М.: 1-й ТОРМАШ, 2006. — С. 256.
46. *Masihi, M.* Fast Estimation of Connectivity in Fractured Reservoirs Using Percolation Theory / M. Masihi, P. R. King, P. Nurafza // *SPE Journal*. — 2007. — Vol. 12, no. 02. — P. 167—178. — DOI: [10.2118/94186-PA](https://doi.org/10.2118/94186-PA).
47. *Кадет, В. В.* Методы теории перколяции в подземной гидромеханике / В. В. Кадет. — М.: ЦентрЛитНефтеГаз, 2008. — С. 96.
48. *Robinson, P. C.* Connectivity of fracture systems—a percolation theory approach / P. C. Robinson // *Journal of Physics A: Mathematical and General*. — 1983. — Vol. 16, no. 3. — P. 605. — DOI: [10.1088/0305-4470/16/3/020](https://doi.org/10.1088/0305-4470/16/3/020).

49. *Bour, O.* Connectivity of random fault networks following a power law fault length distribution / O. Bour, P. Davy // *Water Resources Research*. — 1997. — Vol. 33, no. 7. — P. 1567—1583. — DOI: [10.1029/96WR00433](https://doi.org/10.1029/96WR00433).
50. *Adler, P.* Fractures and Fracture Networks. Vol. 15 / P. Adler, T. J.-F. — London: Kluwer, 1999.
51. *Robinson, P. C.* Numerical calculations of critical densities for lines and planes / P. C. Robinson // *Journal of Physics A: Mathematical and General*. — 1984. — Vol. 17, no. 14. — P. 2823. — DOI: [10.1088/0305-4470/17/14/025](https://doi.org/10.1088/0305-4470/17/14/025).
52. *Hestir, K.* Analytical expressions for the permeability of random two-dimensional Poisson fracture networks based on regular lattice percolation and equivalent media theories / K. Hestir, J. C. S. Long // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. — 1990. — Vol. 95, B13. — P. 21565—21581. — DOI: [10.1029/JB095iB13p21565](https://doi.org/10.1029/JB095iB13p21565).
53. *Wei, Z. Q.* Permeability predictions for jointed rock masses / Z. Q. Wei, P. Egger, F. Descoedres // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*. — 1995. — Vol. 32, no. 3. — P. 251—261. — DOI: [10.1016/0148-9062\(94\)00034-Z](https://doi.org/10.1016/0148-9062(94)00034-Z).
54. *de Dreuzy, J.-R.* Hydraulic properties of two-dimensional random fracture networks following a power law length distribution: 1. Effective connectivity / J.-R. de Dreuzy, P. Davy, O. Bour // *Water Resources Research*. — 2001. — Vol. 37, no. 8. — P. 2065—2078. — DOI: [10.1029/2001WR900011](https://doi.org/10.1029/2001WR900011).
55. *de Dreuzy, J.-R.* Hydraulic properties of two-dimensional random fracture networks following a power law length distribution: 2. Permeability of networks based on lognormal distribution of apertures / J.-R. de Dreuzy, P. Davy, O. Bour // *Water Resources Research*. — 2001. — Vol. 37, no. 8. — P. 2079—2095. — DOI: [10.1029/2001WR900010](https://doi.org/10.1029/2001WR900010).
56. Effective permeability of fractured porous media in steady state flow / I. I. Bogdanov [et al.] // *Water Resources Research*. — 2003. — Vol. 39, no. 1. — DOI: [10.1029/2001WR000756](https://doi.org/10.1029/2001WR000756).
57. Effective permeability of fractured porous media with power-law distribution of fracture sizes / I. I. Bogdanov [et al.] // *Phys. Rev. E*. — 2007. — Vol. 76, no. 3. — P. 036309. — DOI: [10.1103/PhysRevE.76.036309](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.76.036309).

58. *Jafari, A.* A Sensitivity Analysis for Effective Parameters on 2D Fracture-Network Permeability / A. Jafari, T. Babadagli // SPE Reservoir Evaluation & Engineering. — 2009. — Vol. 12, no. 03. — P. 455—469. — DOI: [10.2118/113618-PA](https://doi.org/10.2118/113618-PA).
59. *Jafari, A.* Estimation of Equivalent Fracture Network Permeability using Fractal and Statistical Network Properties / A. Jafari, T. Babadagli // Journal of Petroleum Science and Engineering. — 2012. — Vol. 92/93. — P. 110—123. — DOI: [10.1016/j.petrol.2012.06.007](https://doi.org/10.1016/j.petrol.2012.06.007).
60. Discontinuities in effective permeability due to fracture percolation / J. D. Hyman [et al.] // Mechanics of Materials. — 2018. — Vol. 119. — P. 25—33. — DOI: [10.1016/j.mechmat.2018.01.005](https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2018.01.005).
61. *Samardzioska, T.* Numerical comparison of the equivalent continuum, non-homogeneous and dual porosity models for flow and transport in fractured porous media / T. Samardzioska, V. Popov // Advances in Water Resources. — 2005. — Vol. 28, no. 3. — P. 235—255. — DOI: [10.1016/j.advwatres.2004.11.002](https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2004.11.002).
62. *Berre, I.* Flow in Fractured Porous Media: A Review of Conceptual Models and Discretization Approaches / I. Berre, F. Doster, E. Keilegavlen // Transport in Porous Media. — 2019. — Vol. 130, no. 1. — P. 215—236. — DOI: [10.1007/s11242-018-1171-6](https://doi.org/10.1007/s11242-018-1171-6).
63. *Гурбатова, И. П.* Элементарный представительный объём в физике пласта. Часть 1. Основные положения и их физическая интерпретация / И. П. Гурбатова, Б. Н. Еникеев, Н. Н. Михайлов // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. — 2018. — № 6. — С. 62—68.
64. *Гурбатова, И. П.* Элементарный представительный объём в физике пласта. Часть 2. Масштабные эффекты и петрофизические связи / И. П. Гурбатова, Б. Н. Еникеев, Н. Н. Михайлов // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. — 2018. — № 7. — С. 65—72.

65. Modelling of Multiscale Structures in Flow Simulations for Petroleum Reservoirs / J. E. Aarnes [et al.] // Geometric Modelling, Numerical Simulation, and Optimization: Applied Mathematics at SINTEF / ed. by G. Hasle, K.-A. Lie, E. Quak. — Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2007. — P. 307—360. — DOI: [10.1007/978-3-540-68783-2_10](https://doi.org/10.1007/978-3-540-68783-2_10).
66. *Matthäi, S. K.* Finite Element–Node-Centered Finite-Volume Two-Phase-Flow Experiments With Fractured Rock Represented by Unstructured Hybrid-Element Meshes / S. K. Matthäi, A. Mezentsev, M. Belayneh // SPE Reservoir Evaluation & Engineering. — 2007. — Vol. 10, no. 06. — P. 740—756. — DOI: [10.2118/93341-PA](https://doi.org/10.2118/93341-PA).
67. *Berkowitz, B.* Characterizing flow and transport in fractured geological media: A review / B. Berkowitz // Advances in Water Resources. — 2002. — Vol. 25, no. 8. — P. 861—884. — DOI: [10.1016/S0309-1708\(02\)00042-8](https://doi.org/10.1016/S0309-1708(02)00042-8).
68. *Öhman, J.* Upscaling of fracture hydraulics by means of an oriented correlated stochastic continuum model / J. Öhman, A. Niemi // Water Resources Research. — 2003. — Vol. 39, no. 10. — DOI: [10.1029/2002WR001776](https://doi.org/10.1029/2002WR001776).
69. *Томин, П. Ю.* О понятии Representative elementary volume / П. Ю. Томин // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. — Москва, 2011. — № 13. — С. 1—23.
70. Estimation of the representative elementary volume of three-dimensional fracture networks based on permeability and trace map analysis: A case study / Y. Liyuan [et al.] // Engineering Geology. — 2022. — Vol. 309. — P. 106848. — DOI: [10.1016/j.enggeo.2022.106848](https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2022.106848).
71. Topological Representative Element Volume of Fractured Rock Mass / L. Mingwei [et al.] // Applied Sciences. — 2022. — Vol. 12, no. 6. — DOI: [10.3390/app12062844](https://doi.org/10.3390/app12062844).
72. Single Medium Simulation of Reservoirs with Conductive Faults and Fractures / P. van Lingen [et al.] // SPE Middle East Oil and Gas Show and Conference. — Society of Petroleum Engineers, 2001. — SPE-68165—MS. — DOI: [10.2118/68165-MS](https://doi.org/10.2118/68165-MS).
73. *Томин, П.* Применение многомасштабных алгоритмов для решения задач многофазной фильтрации в анизотропных средах / П. Томин // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. — Москва, 2011. — № 14. — С. 1—21.

74. *Huang, Z.-Q.* An Efficient Numerical Model for Immiscible Two-Phase Flow in Fractured Karst Reservoirs / Z.-Q. Huang, J. Yao, Y.-Y. Wang // Communications in Computational Physics. — 2013. — Vol. 13, no. 2. — P. 540—558. — DOI: [10.4208/cicp.160711.240212a](https://doi.org/10.4208/cicp.160711.240212a).
75. *Баренблатт, Г. И.* Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах / Г. И. Баренблатт, Ю. П. Желтов, И. Н. Кочина // Прикладная математика и механика. — 1960. — Т. 24, № 5. — С. 852—864.
76. *Warren, J. E.* The Behavior of Naturally Fractured Reservoirs / J. E. Warren, P. J. Root // Society of Petroleum Engineers Journal. — 1963. — Vol. 3, no. 03. — P. 245—255. — DOI: [10.2118/426-PA](https://doi.org/10.2118/426-PA).
77. *Lim, K.* Matrix-fracture transfer shape factors for dual-porosity simulators / K. Lim, K. Aziz // Journal of Petroleum Science and Engineering. — 1995. — Vol. 13, no. 3. — P. 169—178. — DOI: [10.1016/0920-4105\(95\)00010-F](https://doi.org/10.1016/0920-4105(95)00010-F).
78. *Karimi-Fard, M.* An Efficient Discrete-Fracture Model Applicable for General-Purpose Reservoir Simulators / M. Karimi-Fard, L. Durlofsky, K. Aziz // SPE Journal. — 2004. — Vol. 9, no. 02. — P. 227—236. — DOI: [10.2118/88812-PA](https://doi.org/10.2118/88812-PA).
79. Numerical study on two-phase flow through fractured porous media / Z. Huang [et al.] // Science China Technological Sciences. — 2011. — Vol. 54, no. 9. — P. 2412—2420. — DOI: [10.1007/s11431-011-4480-3](https://doi.org/10.1007/s11431-011-4480-3).
80. *Garipov, T. T.* Discrete fracture model for coupled flow and geomechanics / T. T. Garipov, M. Karimi-Fard, H. A. Tchelepi // Computational Geosciences. — 2016. — Vol. 20, no. 1. — P. 149—160. — DOI: [10.1007/s10596-015-9554-z](https://doi.org/10.1007/s10596-015-9554-z).
81. *Gong, B.* An Upscaling Procedure for Constructing Generalized Dual-Porosity/Dual-Permeability Models From Discrete Fracture Characterizations / B. Gong, M. Karimi-Fard, L. J. Durlofsky // SPE Annual Technical Conference and Exhibition. — Society of Petroleum Engineers, 2006. — SPE-102491—MS. — DOI: [10.2118/102491-MS](https://doi.org/10.2118/102491-MS).
82. Effective Local-Global Upscaling of Fractured Reservoirs under Discrete Fractured Discretization / J. Li [et al.] // Energies. — 2015. — Vol. 8, no. 9. — P. 10178—10197. — DOI: [10.3390/en80910178](https://doi.org/10.3390/en80910178).

83. *Cordero, J. A. R.* Integrated discrete fracture and dual porosity - Dual permeability models for fluid flow in deformable fractured media / J. A. R. Cordero, E. C. M. Sánchez, D. Roehl // Journal of Petroleum Science and Engineering. — 2019. — Vol. 175. — P. 644—653. — DOI: [10.1016/j.petrol.2018.12.053](https://doi.org/10.1016/j.petrol.2018.12.053).
84. *Шевко, Н.* Опыт применения гибридного DPDP-DFN моделирования трещиноватых карбонатных коллекторов / Н. Шевко, В. Шаисламов, О. Савельев // Российская нефтегазовая техническая конференция SPE, 22-24 октября, 2019, Москва, Россия. — Society of Petroleum Engineers, 2019. — SPE-196885—MS. — DOI: [10.2118/196885-MS](https://doi.org/10.2118/196885-MS).
85. *Лейбензон, Л. С.* Движение природных жидкостей и газов в пористой среде / Л. С. Лейбензон. — М.-Л.: Гостехизжат, 1947. — 244 с.
86. *Маскет, М.* Течение однородных жидкостей в пористой среде / М. Маскет. — М.: Институт компьютерных исследований, 2004. — 628 с.
87. *Азиз, Х.* Математическое моделирование пластовых систем / Х. Азиз, Э. Сеттари. — М.: Недра, 1982. — 407 с.
88. *Баренблатт, Г. И.* Движение жидкостей и газов в природных пластах / Г. И. Баренблатт, В. М. Ентов, В. М. Рыжик. — М.: Недра, 1984. — 211 с.
89. *Желтов, Ю. П.* Разработка нефтяных месторождений / Ю. П. Желтов. — М.: Недра, 1986. — 332 с.
90. *Басниев, К.* Подземная гидромеханика / К. Басниев, И. Кочина, В. Максимов. — М.: Недра, 1993. — 416 с.
91. *Каневская, Р. Д.* Математическое моделирование пластовых систем / Р. Д. Каневская. — Ижевск: ИКИ, 2002. — 140 с.
92. *Gudala, M.* Numerical investigations on two-phase fluid flow in a fractured porous medium fully coupled with geomechanics / M. Gudala, S. K. Govindarajan // Journal of Petroleum Science and Engineering. — 2021. — Vol. 199. — P. 108328. — DOI: [10.1016/j.petrol.2020.108328](https://doi.org/10.1016/j.petrol.2020.108328).
93. Geomechanical modeling of CO₂ geological storage: A review / P. Pan [и др.] // Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering. — 2016. — Т. 8, № 6. — С. 936—947. — DOI: [10.1016/j.jrmge.2016.10.002](https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2016.10.002).

94. *Tomac, I.* A review on challenges in the assessment of geomechanical rock performance for deep geothermal reservoir development / I. Tomac, M. Sauter // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. — 2018. — Т. 82. — С. 3972—3980. — DOI: [10.1016/j.rser.2017.10.076](https://doi.org/10.1016/j.rser.2017.10.076).
95. *Biot, M. A.* General Theory of Three-Dimensional Consolidation / M. A. Biot // *Journal of Applied Physics*. — 1941. — Vol. 12, no. 2. — P. 155—164. — DOI: [10.1063/1.1712886](https://doi.org/10.1063/1.1712886).
96. *Николаевский, В. Н.* Геомеханика и флюидодинамика С прил. к проблемам газовых и нефтяных пластов / В. Н. Николаевский. — М.: Недра, 1996. — С. 447.
97. *Coussy, O.* Poromechanics / O. Coussy. — John Wiley, Sons, Ltd, 2004. — 315 p.
98. *Терцаги, К.* Механика грунтов в инженерной практике / К. Терцаги, Р. Пек. — М.: Госстройиздат, 1958. — 608 с.
99. *Терцаги, К.* Теория механики грунтов / К. Терцаги. — М.: Госстройиздат, 1961. — 507 с.
100. *Geertsma, J.* The Effect of Fluid Pressure Decline on Volumetric Changes of Porous Rocks / J. Geertsma // *Transactions of the AIME*. — 1957. — Vol. 210, no. 01. — P. 331—340. — DOI: [10.2118/728-G](https://doi.org/10.2118/728-G).
101. *Chen, H.-Y.* Coupled Fluid Flow and Geomechanics in Reservoir Study -I. Theory and Governing Equations / H.-Y. Chen, L. W. Teufel, R. L. Lee // *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. — Society of Petroleum Engineers, 1995. — SPE-30752—MS. — DOI: [10.2118/30752-MS](https://doi.org/10.2118/30752-MS).
102. *Settari, A.* A Coupled Reservoir and Geomechanical Simulation System / A. Settari, F. M. Mounts // *SPE Journal*. — 1998. — Vol. 3, no. 03. — P. 219—226. — DOI: [10.2118/50939-PA](https://doi.org/10.2118/50939-PA).
103. *Settari, A.* Advances in Coupled Geomechanical and Reservoir Modeling With Applications to Reservoir Compaction / A. Settari, D. A. Walters // *SPE Journal*. — 2001. — Vol. 6, no. 03. — P. 334—342. — DOI: [10.2118/74142-PA](https://doi.org/10.2118/74142-PA).
104. Modeling of Effective Pressure Effect on Deformation Mechanisms of Fractured Reservoirs / S. Lukin [et al.] // *SPE Russian Petroleum Technology Conference*. — 2015. — SPE-176604—MS. — DOI: [10.2118/176604-MS](https://doi.org/10.2118/176604-MS).

105. Построение 3d геомеханической модели и ее влияние на динамические показатели модели карбонатного коллектора / Д. Б. Абишев [и др.] // Вестник нефтегазовой отрасли Казахстана. — 2021. — Т. 3, № 1. — С. 43—55.
106. *Chen, H.-Y.* Coupling Fluid-Flow and Geomechanics in Dual-Porosity Modeling of Naturally Fractured Reservoirs / H.-Y. Chen, L. W. Teufel // SPE Annual Technical Conference and Exhibition. — 1997. — SPE-38884—MS. — DOI: [10.2118/38884-MS](https://doi.org/10.2118/38884-MS).
107. *Bai, M.* On equivalence of dual-porosity poroelastic parameters / M. Bai // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. — 1999. — Vol. 104, B5. — P. 10461—10466. — DOI: [10.1029/1999JB900072](https://doi.org/10.1029/1999JB900072).
108. *Chen, H.-Y.* Coupling Fluid-Flow and Geomechanics in Dual-Porosity Modeling of Naturally Fractured Reservoirs - Model Description and Comparison / H.-Y. Chen, L. W. Teufel // SPE International Oil Conference and Exhibition in Mexico. — Society of Petroleum Engineers, 2000. — SPE-59043—MS. — DOI: [10.2118/59043-MS](https://doi.org/10.2118/59043-MS).
109. *Goodman, R. E.* Methods of geological engineering in discontinuous rocks / R. E. Goodman. — St. Paul West Publish. Co., 1976. — 472 p.
110. *Bandis, S. C.* Fundamentals of rock joint deformation / S. C. Bandis, A. C. Lumsden, N. R. Barton // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. — 1983. — Vol. 20, no. 6. — P. 249—268. — DOI: [10.1016/0148-9062\(83\)90595-8](https://doi.org/10.1016/0148-9062(83)90595-8).
111. *Barton, N.* Strength, deformation and conductivity coupling of rock joints / N. Barton, S. Bandis, K. Bakhtar // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. — 1985. — Vol. 22, no. 3. — P. 121—140. — DOI: [10.1016/0148-9062\(85\)93227-9](https://doi.org/10.1016/0148-9062(85)93227-9).
112. *Leverett, M.* Capillary Behavior in Porous Solids / M. Leverett // Transactions of the AIME. — 1941. — Vol. 142, no. 01. — P. 152—169. — DOI: [10.2118/941152-G](https://doi.org/10.2118/941152-G).
113. *Gao, K.* Influence of boundary constraints on stress heterogeneity modelling / K. Gao, Q. Lei // Computers and Geotechnics. — 2018. — Vol. 99. — P. 130—136. — DOI: [10.1016/j.compgeo.2018.03.003](https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2018.03.003).

114. *Geuzaine, C.* Gmsh: A 3-D finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities / C. Geuzaine, J.-F. Remacle // International Journal for Numerical Methods in Engineering. — 2009. — Vol. 79, no. 11. — P. 1309—1331. — DOI: [10.1002/nme.2579](https://doi.org/10.1002/nme.2579).
115. *Cardiff P. and Demirdžić, I.* Thirty Years of the Finite Volume Method for Solid Mechanics / I. Cardiff P. and Demirdžić // Archives of Computational Methods in Engineering. — 2021. — Vol. 28, no. 5. — P. 3721—3780. — DOI: [10.1007/s11831-020-09523-0](https://doi.org/10.1007/s11831-020-09523-0).
116. *Jasak, H.* Application of the finite volume method and unstructured meshes to linear elasticity / H. Jasak, H. G. Weller // International Journal for Numerical Methods in Engineering. — 2000. — Vol. 48, no. 2. — P. 267—287. — DOI: [10.1002/\(SICI\)1097-0207\(20000520\)48:2<267::AID-NME884>3.0.CO;2-Q](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0207(20000520)48:2<267::AID-NME884>3.0.CO;2-Q).
117. *Tang, T.* On finite volume method implementation of poro-elasto-plasticity soil model / T. Tang, O. Hededal, P. Cardiff // International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. — 2015. — Vol. 39, no. 13. — P. 1410—1430. — DOI: [10.1002/nag.2361](https://doi.org/10.1002/nag.2361).
118. A finite-volume discretization for deformation of fractured media / E. Ucar [et al.] // Computational Geosciences. — 2018. — Vol. 22, no. 4. — P. 993—1007. — DOI: [10.1007/s10596-018-9734-8](https://doi.org/10.1007/s10596-018-9734-8).
119. *Moukalled, F.* The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics: An Advanced Introduction with OpenFOAM® and Matlab. Vol. 113 / F. Moukalled, L. Mangani, M. Darwish. — Springer, 2016. — (Fluid Mechanics and its Applications). — DOI: [10.1007/978-3-319-16874-6](https://doi.org/10.1007/978-3-319-16874-6).
120. *Kim, J.* Stability, Accuracy, and Efficiency of Sequential Methods for Coupled Flow and Geomechanics / J. Kim, H. Tchelepi, R. Juanes // SPE Journal. — 2011. — Vol. 16, no. 02. — P. 249—262. — DOI: [10.2118/119084-PA](https://doi.org/10.2118/119084-PA).
121. *Kim, J.* Stability and convergence of sequential methods for coupled flow and geomechanics: Drained and undrained splits / J. Kim, H. A. Tchelepi, R. Juanes // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. — 2011. — Vol. 200, no. 23. — P. 2094—2116. — DOI: [10.1016/j.cma.2011.02.011](https://doi.org/10.1016/j.cma.2011.02.011).

122. *Kim, J.* Stability and convergence of sequential methods for coupled flow and geomechanics: Fixed-stress and fixed-strain splits / J. Kim, H. A. Tchelepi, R. Juanes // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. — 2011. — Vol. 200, no. 13. — P. 1591—1606. — DOI: [10.1016/j.cma.2010.12.022](https://doi.org/10.1016/j.cma.2010.12.022).
123. *Вабищевич, П. Н.* Схема расщепления для задач пороупругости и термоупругости / П. Н. Вабищевич, М. В. Васильева, А. Е. Колесов // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. — 2014. — Т. 54, № 8. — С. 1345—1355. — DOI: [10.7868/S0044466914080158](https://doi.org/10.7868/S0044466914080158).
124. *Mikelić, A.* Numerical convergence study of iterative coupling for coupled flow and geomechanics / A. Mikelić, B. Wang, M. F. Wheeler // *Computational Geosciences*. — 2014. — Vol. 18, no. 3. — P. 325—341. — DOI: [10.1007/s10596-013-9393-8](https://doi.org/10.1007/s10596-013-9393-8).
125. *Chen, Z.* *Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media. Vol. 2* / Z. Chen, G. Huan, Y. Ma. — Society for Industrial, Applied Mathematics, 2006.
126. *Mandel, J.* *Consolidation Des Sols (Étude Mathématique)* / J. Mandel // *Geotechnique*. — 1953. — Vol. 3. — P. 287—299.
127. *Хан, Х.* *Теория упругости: Основы линейной теории и ее применения* / Х. Хан. — М. : Мир, 1988. — 344 с.
128. PorePy: an open-source software for simulation of multiphysics processes in fractured porous media / E. Keilegavlen [et al.] // *Computational Geosciences*. — 2021. — Vol. 25, no. 1. — P. 243—265. — DOI: [10.1007/s10596-020-10002-5](https://doi.org/10.1007/s10596-020-10002-5).
129. Численное моделирование задач пороупругости / В. Е. Борисов [и др.] // *Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша*. — Москва, 2017. — № 81. — С. 1—36. — DOI: [10.20948/prepr-2017-81](https://doi.org/10.20948/prepr-2017-81).
130. *Lei, Q.* Tectonic interpretation of the connectivity of a multiscale fracture system in limestone / Q. Lei, X. Wang // *Geophysical Research Letters*. — 2016. — Vol. 43, no. 4. — P. 1551—1558. — DOI: [10.1002/2015GL067277](https://doi.org/10.1002/2015GL067277).

131. *Sadeghnejad, S.* Point to point continuum percolation in two dimensions / S. Sadeghnejad, M. Masihi // Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment. — 2016. — Vol. 2016, no. 10. — P. 103210. — DOI: [10.1088/1742-5468/2016/10/103210](https://doi.org/10.1088/1742-5468/2016/10/103210).
132. *Tavagh-Mohammadi, B.* Point-to-point connectivity prediction in porous media using percolation theory / B. Tavagh-Mohammadi, M. Masihi, M. Ganjeh-Ghazvini // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. — 2016. — Vol. 460. — P. 304—313. — DOI: [10.1016/j.physa.2016.05.011](https://doi.org/10.1016/j.physa.2016.05.011).
133. *Gong, J.* Shape factor for dual-permeability fractured reservoir simulation: Effect of non-uniform flow in 2D fracture network / J. Gong, W. Rossen // Fuel. — 2016. — Vol. 184. — P. 81—88. — DOI: [10.1016/j.fuel.2016.06.113](https://doi.org/10.1016/j.fuel.2016.06.113).
134. Interactive roles of geometrical distribution and geomechanical deformation of fracture networks in fluid flow through fractured geological media / Q. Lei [et al.] // Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering. — 2020. — Vol. 12, no. 4. — P. 780—792. — DOI: [10.1016/j.jrmge.2019.12.014](https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2019.12.014).
135. *Ohnaka, M.* A constitutive scaling law and a unified comprehension for frictional slip failure, shear fracture of intact rock, and earthquake rupture / M. Ohnaka // Journal of Geophysical Research. — 2003. — Vol. 108. — DOI: [10.1029/2000JB000123](https://doi.org/10.1029/2000JB000123).
136. *Афанасьев, А. А.* Осредненная асимптотическая модель двухфазной фильтрации в трещиновато-пористых средах / А. А. Афанасьев // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. — 2019. — № 5. — С. 83—92. — DOI: [10.1134/S0568528119050013](https://doi.org/10.1134/S0568528119050013).
137. *Казаков, А. А.* Методы характеристик вытеснения нефти водой / А. А. Казаков. — М.: Недра, 2020. — С. 276.